Phys. sp.
350
od

Phys. sp. 350 od

Koppe

Bayerische Staatsbibliothek
<36647676050018

PHOTOGRAMMETRIE

UND

INTERNATIONALE WOLKENMESSUNG.

VON

DR. CARL KOPPE,

PROFESSOR AN DER HERZOGLICHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZU BRAUNSCHWEIG.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

MIT ABBILDUNGEN UND FÜNF TAFELN.

BRAUNSCHWEIG,
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.
1896.

34 k

ANKÜNDIGUNG.

In der vorliegenden Schrift werden die wichtigen Resultate veröffentlicht, welche der verdienstvolle Verfasser durch seine neue Präcisions-Photogrammetrie mit Hülfe kleinerer, transportabler Instrumente bei ihrer Anwendung auf geographische Ortsbestimmung, Wolkenmessung, Vorarbeiten für die Jungfraubahn etc. erzielt hat. Die Wolkenmessung ist mit Rücksicht darauf, dass das internationale Wolkenjahr am 1. Mai dieses Jahres seinen Anfang nimmt und in demselben photogrammetrische Wolkenmessungen an einer grösseren Zahl über die ganze Erde vertheilter Stationen beabsichtigt sind, am eingehendsten behandelt worden. Für diese Messungen werden die hier mitgetheilten Beobachtungen und Untersuchungen besonders beachtenswerth und von grosser Bedeutung sein.

Bei dem hervorragenden Interesse, welches Prof. Dr. C. Koppe's Veröffentlichungen für Alle haben, die sich mit auf Messung beruhender Erd- und Himmelskunde beschäftigen, wird das Buch Astronomen, Geographen, Geodäten, Topographen, Ingenieuren und Technikern aller Art, sowie namentlich Meteorologen in hohem Maasse willkommen sein.

Braunschweig, im Februar 1896.

Friedrich Vieweg und Sohn.

PHOTOGRAMMETRIE

UND

INTERNATIONALE WOLKENMESSUNG.

PHOTOGRAPH

PHOTOGRAMMETRIE

UND

INTERNATIONALE WOLKENMESSUNG.

VON

DR. CARL KOPPE,

PROFESSOR AN DER HERZOGLICHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE

ZU BRAUNSCHWEIG.

MIT ABBILDUNGEN UND FÜNF TAFELN.

BRAUNSCHWEIG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.

1896.

Alle Rechte vorbehalten.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

VORWORT.

In früherer Zeit bestand eine scharfe Scheidung zwischen der „höheren“ und der „niederen“ Geodäsie. Durch die wissenschaftliche Behandlung auch der letzteren ist diese Trennung mehr und mehr ausgefüllt und überbrückt worden. Eine analoge Trennung besteht aber heute noch zwischen der „höheren“ Photogrammetrie, wie dieselbe bei den Präcisionsmessungen in der Astronomie, z. B. für die neue Himmelskarte, Verwendung findet, und der „niederen“ Photogrammetrie, welche sich mit der geringeren Genauigkeit der graphischen Methoden begnügt. Auf letztere, die Messtisch-Photogrammetrie, beschränkt sich der Hauptsache nach die seitherige Verwendung der Photogrammetrie in der Geodäsie. Das verbindende Glied zwischen diesen beiden zur Zeit noch ganz getrennten Theilen der Photogrammetrie herzustellen, ist der Zweck der im Folgenden beschriebenen Arbeiten. Es galt hierbei zunächst die Frage zu beantworten, welche Genauigkeit der Winkelmessung auf photogrammetrischem Wege ist mit Hülfe kleinerer, transportabeler Instrumente, wie solche in der Geodäsie benutzt werden, überhaupt erreichbar? Die Antwort lautete: ebenso wie in der Astronomie kann auch in der Geodäsie mit Hülfe der Photogrammetrie die gleiche Genauigkeit der Winkelbestimmung erzielt werden, welcher die directe Messung fähig ist, naturgemäss

bei Anwendung von Instrumenten nahe gleicher Grösse. Diese Uebereinstimmung ergab sich sowohl bei Sternaufnahmen, wie bei Ausmessung geeigneter terrestrischer Objecte. Bei den Messungen der ersteren Art ergab sich zugleich eine elegante Methode der photogrammetrischen Bestimmung geographischer Längenunterschiede aus Monddistanzen, bei welcher das unscharf begrenzte photographische Mondbild aus den Distanzmessungen gänzlich eliminirt wird und daher eine Genauigkeit der Resultate erzielt werden kann, wie sie die seither gebräuchlichen, auf Reisen anwendbaren Methoden nicht liefern.

Um die Ausmessung der photographischen Platten einfacher und genauer zu gestalten, wurde die lineare Ausmessung derselben ersetzt durch eine directe Winkelausmessung durch das photographische Objectiv der Camera, nach Analogie der Gauss'schen Methode der Messung von Fadenabständen durch das Fernrohrobjectiv.

Es ergab sich hierbei als Resultat, dass eine solche directe Winkelausmessung durch das photographische Objectiv, welches das Bild erzeugte, in Folge des Reciprocitätsgesetzes zwischen Bild und Gegenstand in viel höherem Grade unabhängig ist von den Unvollkommenheiten in Bezug auf die Form der photographischen Platten, wie auch in Hinsicht auf die Verzerrungen des Bildes durch ein nicht genau perspectivisch zeichnendes Objectiv. Diese Art der Bildausmessung liefert eine grosse Genauigkeit der Winkelbestimmung auf einfache Weise mit Hülfe des Phototheodoliten selbst, sowie auch die Möglichkeit, die Justirung desselben, seine Brennweite, die Verzeichnungen der photographischen Objective u. dergl. genau zu ermitteln.

Die Veröffentlichung unserer Arbeiten im gegenwärtigen Zeitmomente wurde vornehmlich veranlasst durch das internationale Wolkenjahr, welches am 1. Mai d. J. seinen Anfang nimmt. In demselben sind photogrammetrische Wolkenmessungen an einer grösseren Zahl über die ganze Erde vertheilter Stationen beabsichtigt. Es schien mir daher im Interesse dieser Messungen

zu liegen, eine Beantwortung der Frage herbeizuführen, was kann durch photogrammetrische Wolkenmessungen erreicht werden? Soweit die Photogrammetrie hierbei in Betracht kommt, glaube ich die Antwort durch die im Folgenden mitgetheilten Beobachtungen und Untersuchungen gegeben zu haben. Die Beantwortung des wissenschaftlich-meteorologischen Theiles obiger Frage ist Sache der Herren Meteorologen. Nach ihrem Ausfalle wird sich die photogrammetrische Messung zu richten haben, um die jeweils günstigsten Ergebnisse zu erzielen.

Die Wolkenmessung ist aus vorstehend angedeuteten Gründen am eingehendsten behandelt worden. Unser Bestreben war darauf gerichtet, zugleich mit der grössten Genauigkeit eine thunlichst einfache Ableitung der Endresultate zu verbinden.

Eine Anwendung der Präcisionsphotogrammetrie auf die Geodäsie konnte in grösserem Umfange ausgeführt werden bei den Vorarbeiten für die Jungfraubahn. Die Ergebnisse können hier zunächst nur in summarischer Form mitgetheilt werden. Dieselben sind aber insofern von Interesse und Bedeutung, als die Genauigkeitsermittelungen ergaben, dass der Phototheodolit eine rund zehnmal so genaue geodätische Punktfestlegung gestattet, wie die seither benutzten photographischen Methoden und Instrumente.

Eine ausführlichere Besprechung des bei den Aufnahmen für die Jungfraubahn gewonnenen reichen Materials — es wurden circa 150 Bilder aufgenommen mit dem Phototheodoliten und einer Stegemann'schen Messcamera unter Benutzung von fünf Objectiven verschiedener Brennweite — behält sich der Verfasser vor nach eingehender Bearbeitung aller Aufnahmen und Messungen.

Diese photogrammetrischen Aufnahmen für die Jungfraubahn, sowie die Wolkenmessungen habe ich gemeinschaftlich mit dem Braunschweigischen Landesvermessungs-Ingenieur, Herrn Seiffert, ausgeführt. Unser beiderseitiger Antheil an denselben ist nicht scharf zu trennen. Die Wolkenmessungen haben ausser-

dem eine sehr dankenswerthe Unterstützung seitens hiesiger Vereine und Private erfahren. Namentlich aber bin ich der optisch-photographischen Werkstätte des Herrn v. Voigtländer für das freundliche Entgegenkommen in Bezug auf Benutzung und Verwerthung ihrer vorzüglichen Objective, sowie Herrn Banquier Meyersfeld für die liberale Gewährung der Mittel zum Bau eines Wolkenphototheodoliten zu lebhaftem Danke verpflichtet.

Braunschweig, im Februar 1896.

C. Koppe.

INHALTSVERZEICHNISS.

		Seite
Einleitung		1
I.	Die photogrammetrische Messungsmethode	9
II.	Der verbesserte Phototheodolit	14
III.	Prüfung des verbesserten Phototheodoliten	21
IV.	Benutzung des verbesserten Phototheodoliten zu geographischen Ortsbestimmungen	30
V.	Die photographischen Objective	40
VI.	Photogrammetrische Messung von Höhe und Bewegung der Wolken	57
VII.	Genauigkeit der photogrammetrischen Wolkenmessung	80
VIII.	Die Berechnung der Wolkenmessungen	84
IX.	Das Wolkenäquatoreal und die Benutzung des Phototheodoliten zur directen Wolkenmessung	88
X.	Seitherige Wolkenmessungen	92
XI.	Das internationale Wolkenjahr 1896/97	102
XII.	Schlussfolgerungen für die Wolkenmessungen	105

EINLEITUNG.

Die internationale Meteorologenversammlung, welche im Jahre 1891 in München stattfand, fasste den Beschluss, ein gemeinsames „internationales“ Beobachtungssystem zur Bestimmung der Höhe und der Bewegung aller Wolkenarten zu organisiren in der Art, dass ein ganzes Jahr hindurch an verschiedenen, über die ganze Erde vertheilten Stationen, neben gleichzeitiger Beobachtung aller meteorologischen Elemente, auch täglich mehrere Male, bezw. thunlichst oft, durch directe Messung mit dem Theodoliten oder auf photogrammetrischem Wege die Höhe und die Bewegung der Wolken genau ermittelt werde, um sowohl die allgemeinen Luftströmungsgesetze in der Erdatmosphäre, wie namentlich auch um die verwickelten Bewegungsvorgänge über den barometrischen Maximas und Minimas zu studiren. Ein internationales Comité wurde mit den vorbereitenden Arbeiten und Versuchen, sowie der Aufstellung einer Instruction zur Ausführung der Beobachtungen und Messungen betraut. Diesem „permanenten internationalen Meteorologencomité“ legte sein Vorsitzender, der Director des Observatoriums in Upsala, Hildebrandsson, im August 1893 eine Abhandlung vor, betitelt: „Des principales méthodes employées pour observer et mesurer les nuages,“ par H. Hildebrand Hildebrandsson et K. L. Hagström, Upsala 1893, mit dem Bemerken, dass es ihm richtiger erscheine, anstatt bestimmte Vorschriften für die auszuführenden Beobachtungen und Messungen aufzustellen, eine Darstellung und Auseinandersetzung der hierfür gebräuchlichen Methoden zu geben, und die richtige Auswahl jedem Theilnehmer selbst zu überlassen. Im ersten Theile dieser Zusammenstellung werden die einfacheren Methoden der Wolkenbeobachtung auf directem Wege, oder mit Wolkenspiegeln, Nephoskopen etc., im zweiten die genaueren Messungen mit Theodoliten und Photogrammetern behandelt. Auf Anregung des Directors des

Observatoriums in Christiania, M. Mohn, sind bereits seit einer Reihe von Jahren Messungen von Höhe und Bewegung der Wolken mit eigens von ihm zu diesem Zwecke construirten „Wolkentheodoliten“ an verschiedenen Orten angestellt worden, namentlich in Schweden und auf dem Blue Hill-Observatorium bei Boston. Da die Wolken ihrer an sich schon unbestimmten Begrenzung und Form halber keine durch Vergrösserung mittelst Fernrohres bedingte Verschärfung der Einstellung zulassen, so hat der Mohn'sche Wolkentheodolit anstatt des Fernrohres ein Diopter, im Uebrigen aber die gewöhnliche theodolitartige Einrichtung in Bezug auf Drehaxen und Theilkreise. Die Messungen mit diesen Instrumenten geschehen in der Art, dass von zwei Beobachtern an den Endpunkten einer gemessenen Standlinie nach vorheriger telephonischer Verständigung ein und derselbe Wolkenpunkt — so gut dies eben geht — auf ein gegebenes Zeichen gleichzeitig eingestellt wird, um für ihn Azimut und Höhenwinkel durch die Kreisablesungen zu bestimmen, aus denen sich dann die Lage des betreffenden Wolkenpunktes gegen die Standlinie, bezw. seine Höhe durch trigonometrische Rechnung bestimmen lässt. Wiederholt man die gleiche Operation, und gelingt es, denselben Wolkenpunkt noch einmal oder noch mehrere Male nach einander gleichzeitig einzustellen, so geben die Veränderungen der abgelesenen Winkel auch seine Ortsveränderung, bezw. die Bewegung der Wolke, und durch Vergleichung derselben mit der Zwischenzeit der Beobachtungen die Geschwindigkeit.

Es ist naturgemäss nicht leicht für die Beobachter, sich über einen gleichzeitig von ihnen einzustellenden Wolkenpunkt so genau zu verständigen, dass die Visirlinien beider Instrumente wirklich scharf auf einen und denselben Punkt gerichtet sind. Mancherlei Irrthümer und Ungenauigkeiten sind hierbei nicht zu vermeiden. Viele mühsam gemachte Beobachtungen erwiesen sich beim nachherigen Berechnen als zu ungenau, um sie verwerthen zu können, da sich zwei ganz verschiedene Höhen für einen und denselben Punkt ergaben. Es blieb nichts anderes übrig, als diese zu verwerfen und als ungeschehen zu betrachten. Ein solches „nachträgliches“ Verwerfen, bezw. Auswählen von Beobachtungen und Messungen nach dem berechneten Erfolge hat aber viel Missliches an sich. In der Geodäsie wird es als unstatthaft betrachtet, und mit Recht, denn man bekommt gar zu leicht eine falsche Vorstellung von der Genauigkeit der Endresultate, weil nach geschehener Auswahl, oder vielmehr eben in Folge derselben eine grössere Uebereinstimmung erzielt wurde. Bei den directen Wolkenmessungen liess sich dies Verfahren nicht umgehen, um überhaupt nur etwas Plausibles zu erhalten. Dass es aber äusserst erwünscht und wichtig ist, solche Beobachtungen und Messungen auch in der

Meteorologie zur Bestimmung der Höhe und der Bewegung der Wolken zur Anwendung bringen zu können, welche eine grössere und unzweideutig festzustellende Genauigkeit der Resultate liefern, analog wie in der Astronomie und Geodäsie, ist unmittelbar einleuchtend. Zu zeigen, dass und auf welche Weise dieses mit Hülfe der Photogrammetrie zu erreichen ist, bildet den hauptsächlichsten Inhalt der folgenden Mittheilungen. Sie enthalten die Ergebnisse photogrammetrischer Wolkenmessungen, welche im vergangenen Sommer und Herbste mit zwei Phototheodoliten von uns angestellt wurden, die aus dem Instrumente hervorgegangen sind, welches ich in meiner Photogrammetrie [1]) seiner Zeit beschrieben und „Phototheodolit“ genannt habe, weil mir diese Abkürzung bequemer und bezeichnender erschien, als photogrammetrischer Theodolit, Photogrammeter etc.

In der Einleitung zu vorgenannter Darstellung der Photogrammetrie schrieb ich:

„Eine sehr wichtige Rolle dürfte die Photogrammetrie berufen sein, in der Meteorologie zu spielen, denn alle sichtbaren Vorgänge in unserer Atmosphäre lassen sich mit ihrer Hülfe objectiv darstellen und messen, wie z. B. Bildung, Höhe und Bewegung der Wolken, Gestalt und Weg elektrischer Entladungen, wie Blitze, Nordlichter u. s. w..., regelmässige Beobachtungen der Vorgänge in unserer Atmosphäre, an geeigneten Stationen mit Phototheodoliten angestellt, dürften für die Meteorologie von grosser Bedeutung werden.“

Das internationale Wolkenjahr, welches verschiedener Verzögerungen halber erst im Mai 1896 beginnen soll, wird zum ersten Male eine umfassende Verwerthung der Photogrammetrie für die Wolkenmessung bringen. Einzelne Anwendungen derselben analoger Art, wie namentlich Jesse's Messungen von Höhe und Geschwindigkeit „leuchtender Nachtwolken“, sowie die photogrammetrischen Aufnahmen, welche auf dem Kew-Observatorium zeitweilig und in beschränktem Umfange ausgeführt wurden, gingen der allgemeineren Benutzung dieser Messungsmethode für Wolkenaufnahmen voraus. Die Resultate des internationalen Wolkenjahres sind mit in erster Linie durch die richtige Anwendung der Photogrammetrie bedingt. Hildebrandsson hebt in seiner vorerwähnten Broschüre „Des principales méthodes etc.“ die Vorzüge der photogrammetrischen Methode gegenüber der directen Wolkenmessung mit Theodoliten hervor und theilt mit, dass er zwei photogrammetrische Instrumente in Stockholm habe anfertigen lassen, welche sehr befriedigende Resultate geliefert haben. Als Abbildung derselben fügt er eine

[1]) Die Photogrammetrie oder Bildmesskunst. Weimar 1889.

Copie der Fig. 14 meiner Photogrammetrie bei, jedoch mit Fortlassung der Reiterlibelle auf der horizontalen Fernrohraxe. Besser hätte er gethan, die Libelle beizubehalten, statt dieser aber ganz überflüssige Theile fortzulassen, welche sich an dieser Abbildung meines Phototheodoliten nur aus dem Grunde befinden, weil das betreffende Instrument früher ganz anderen Zwecken gedient hatte, und mir damals kein anderes zur Construction eines Phototheodoliten zur Verfügung stand. Eine Reiterlibelle zum Horizontiren der Fernrohraxe ist gar nicht zu entbehren, wenn genaue Wolkenmessungen verlangt werden, worauf wir später noch zurückkommen werden. Inzwischen hat unser Phototheodolit wesentliche Veränderungen und Verbesserungen erfahren. Das photographische Objectiv ist für Wolkenmessungen in den Durchschnittspunkt der verticalen mit der horizontalen Drehaxe des Instrumentes verlegt worden, so dass alle Drehungen um diese Axe, im horizontalen wie im verticalen Sinne, um den optischen Mittelpunkt, bezw. den ersten Hauptpunkt des photographischen Objectives stattfinden. Dies hat den Zweck, einmal das Instrument jederzeit leicht und sicher prüfen und justiren, sowie eine genaue Bestimmung seiner Brennweite vornehmen zu können, sodann aber auch die bisher gebräuchliche Art der Winkelbestimmung aus den im fixirten Bilde gemessenen linearen Abständen durch eine directe Winkelmessung durch das photographische Objectiv hindurch gegebenen Falles zu ersetzen. Durch dieses Verfahren kann auf directem Wege eine weit grössere Genauigkeit erzielt werden.

Die seitherige Bestimmung der Azimutal- und der Höhenwinkel geschah in der Art, dass man auf der Bildplatte den „Hauptpunkt“ bestimmt, in welchem die optische Axe der Camera die zu ihr senkrechte Bildplatte trifft. Dieser Punkt wird als Nullpunkt eines rechtwinkligen Coordinatensystems angesehen, gegen welchen die Coordinaten x und y des in Betracht kommenden Punktes im Bilde abgemessen werden. Bei horizontaler optischer Axe und somit vertical stehender Bildplatte erhält man dann unmittelbar nach Fig. 1, wenn man die Länge der optischen Axe, d. h. die Bildweite mit D bezeichnet,

$$\text{für den „Horizontalwinkel“ } \alpha \ldots tang\,\alpha = \frac{x}{D},$$

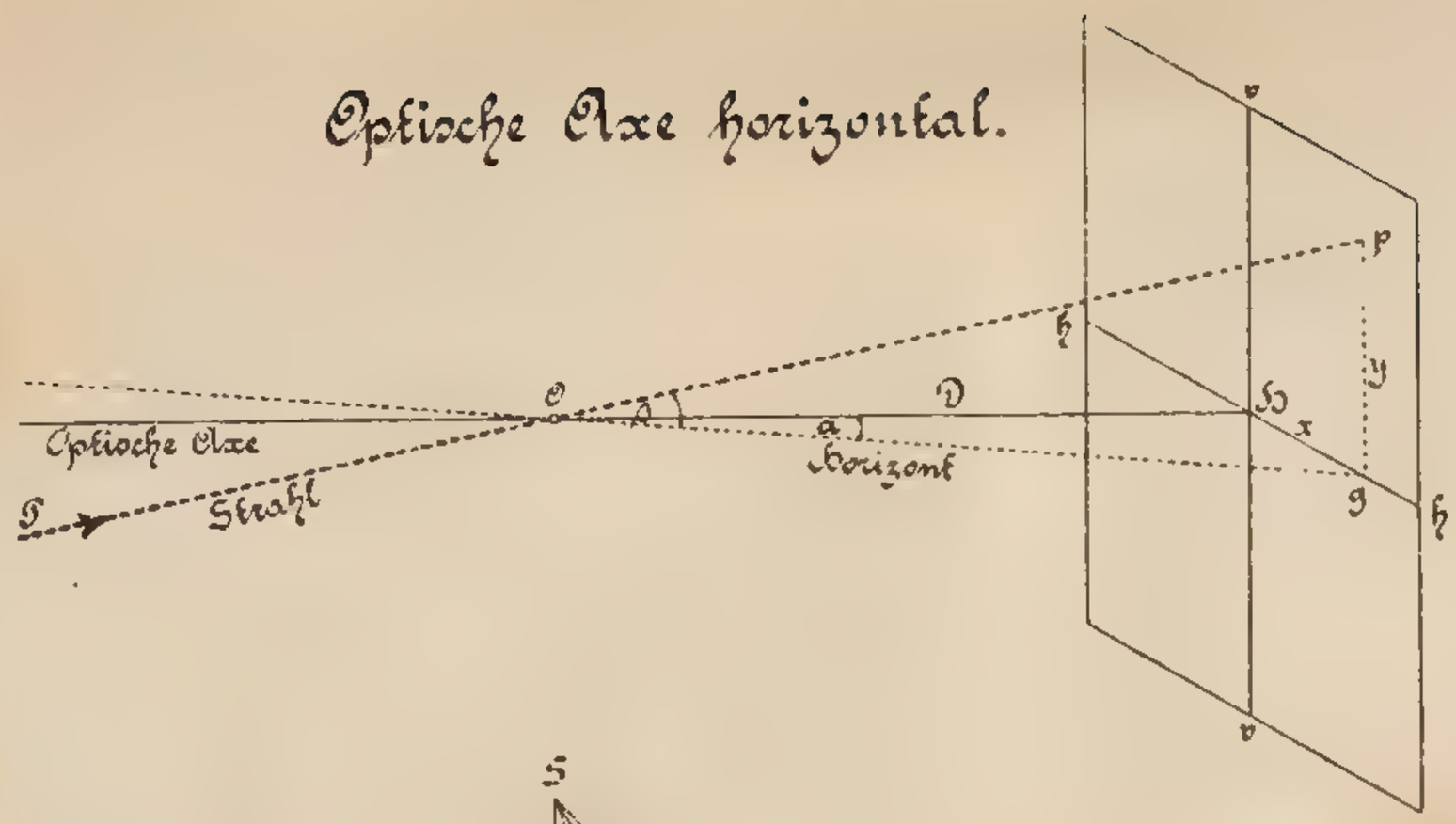
$$\text{für den „Verticalwinkel“ } \beta \ldots tang\,\beta = \frac{y}{D : cos\,\alpha};$$

aus welchen Gleichungen beide zu berechnen sind.

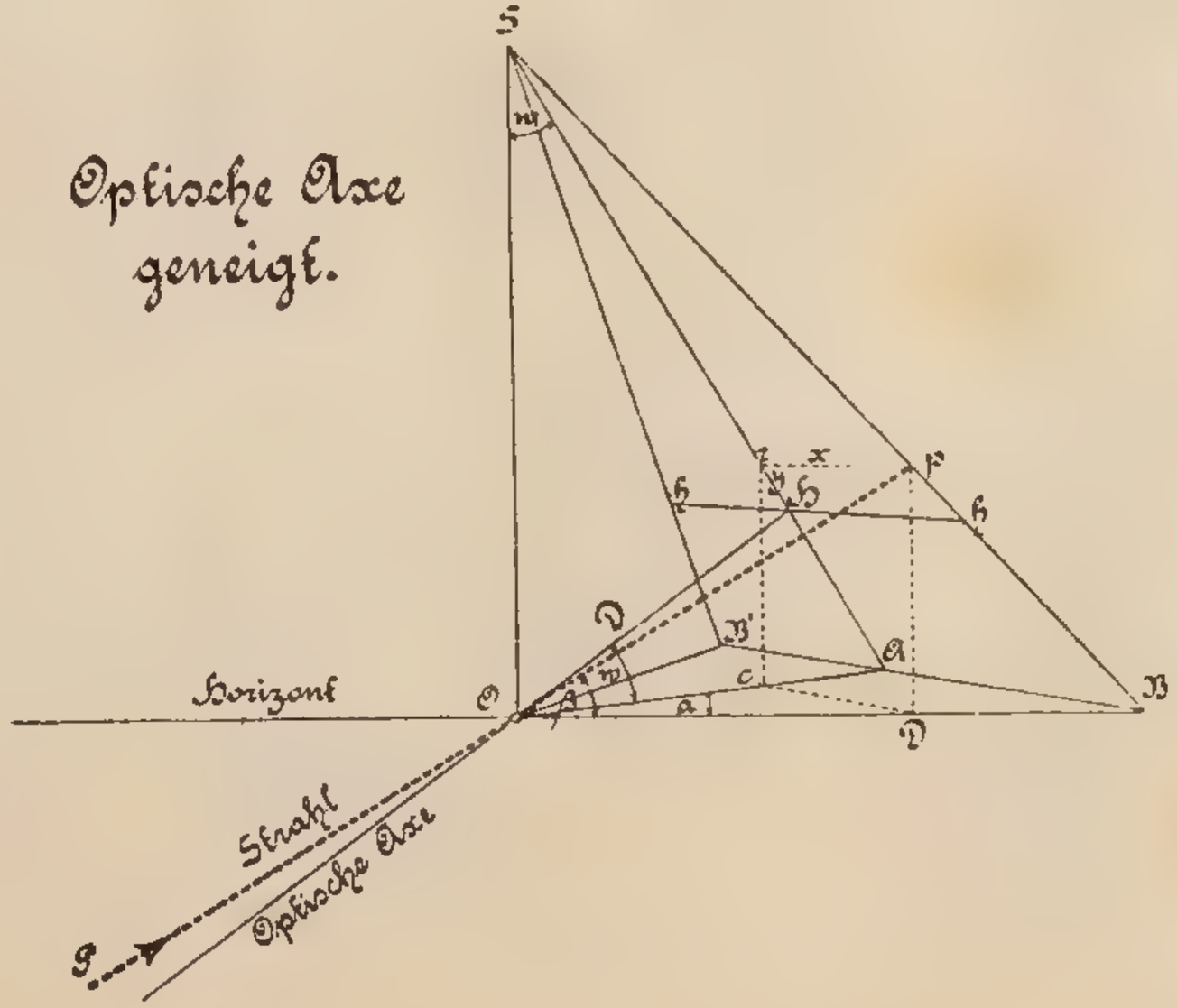
Bei geneigter optischer Axe denkt man sich durch den Punkt p und seine Abscisse $x = pr$ eine verticale Ebene gelegt, Fig. 1, und projicirt auf den Horizont. Dann erhält man, wenn die

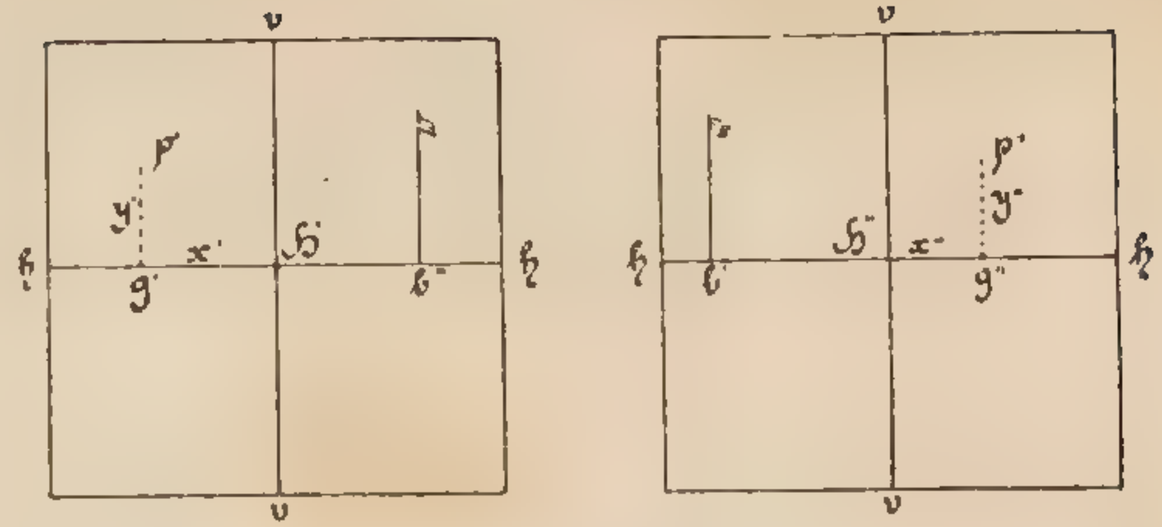
Fig. 1.

Optische Axe horizontal.

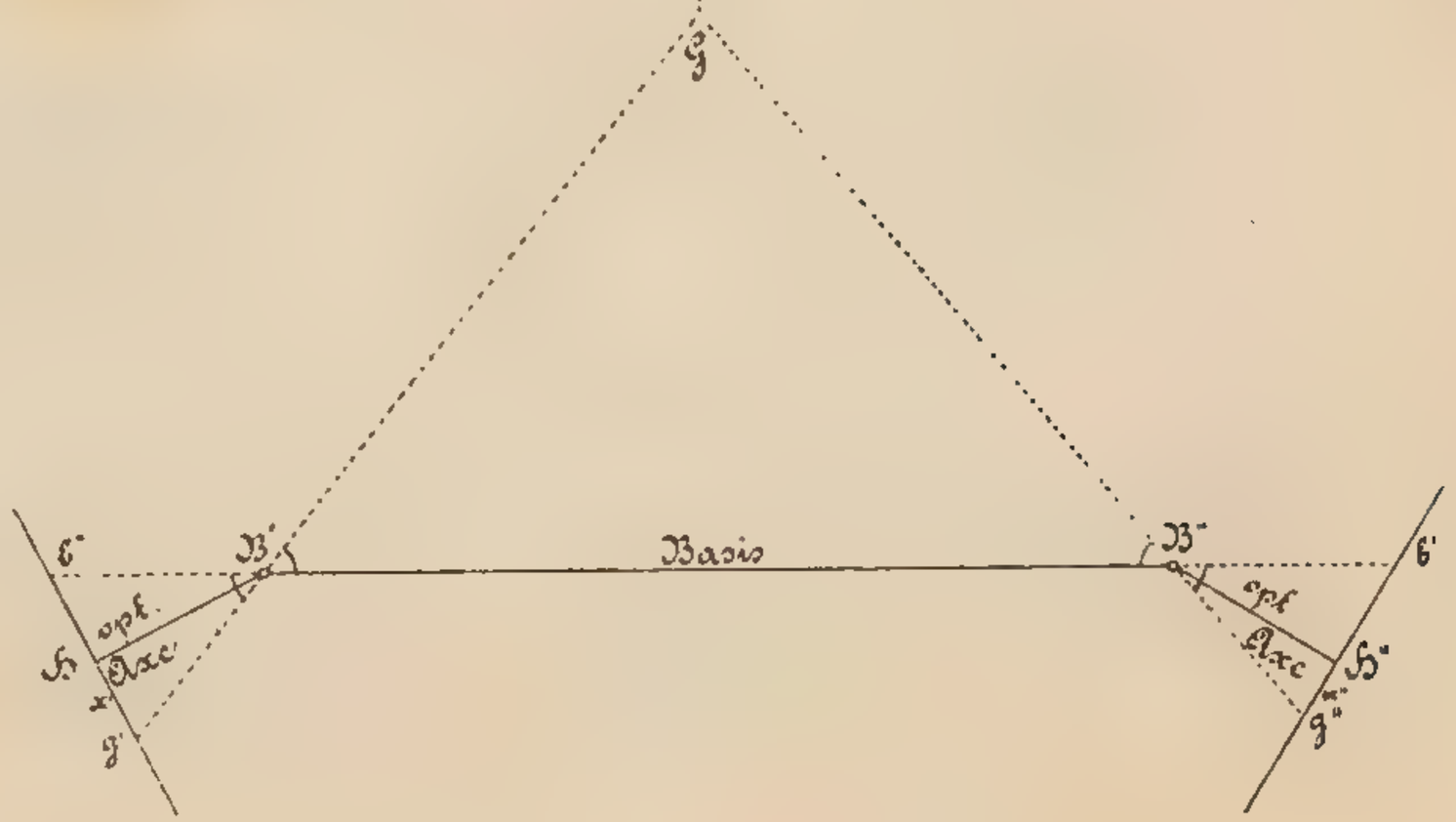


Optische Axe geneigt.





Photogrammetrische Aufnahme.



optische Axe der Camera um den Winkel w gegen den Horizont geneigt ist:

für den „Horizontalwinkel“ $\alpha \ldots tang\ \alpha = \frac{x}{D \cos w - y \sin w}$,

für den „Verticalwinkel“ $\beta \ldots tang\ \beta = \frac{D \sin w + y \cos w}{(D \cos w - y \sin w) : \cos \alpha}$.

Man hat also in beiden Fällen den Horizontalwinkel α und den Verticalwinkel β eines Visirstrahles in Bezug auf die optische Axe der Camera und den Horizont der Station aus den im Bilde abgegriffenen Coordinaten zu berechnen; dann kann man weiter aus der bekannten Lage der optischen Axe gegen die Basis den, bezw. die beiden Horizontalwinkel an ihr ableiten, welche für einen von den beiden Endpunkten der Basis anvisirten Punkt P, Fig. 1, in Betracht kommen, das Dreieck in der Horizontalprojection berechnen, und mit den hieraus gefundenen Horizontalabständen und den zugehörigen Höhenwinkeln auch die Höhe des Punktes P ableiten. Man erhält mit den zwei gefundenen Höhenwinkeln zwei Höhenbestimmungen für P, welche streng genommen genau übereinstimmen müssen, in Folge der unvermeidlichen Beobachtungsfehler aber Abweichungen zeigen werden, von denen später noch ausführlicher die Rede sein wird, da sie eine Beurtheilung der erreichten Genauigkeit gestatten.

Die Formeln für die Berechnung des „Horizontal-“ und des „Vertical-“Winkels bei geneigter Axe sind, da für eine und dieselbe Platte w constant ist, wenn eine mit dem Rechenschieber zu erzielende Genauigkeit ausreicht, am bequemsten und raschesten mit diesem zu berechnen. Für logarithmische Rechnung werden sie besser umgeformt. Setzt man

$$D = m \cos M;\ y = m \sin M;\ \text{also}\ \frac{y}{D} = tang\ M,$$

so wird

$$tang\ \alpha = \frac{x}{m \cos (w + M)} = \frac{x \cos M}{D \,.\, \cos (w + M)},$$

$$tang\ \beta = \frac{m \sin (w + M)}{m \cos (w + M)} \cdot \cos \alpha = tang\ (w + M) \,.\, \cos \alpha.$$

Es ist dies eine der gebräuchlichsten Umformungen bei astronomisch-geodätischen Rechnungen.

Der Winkel M ist derjenige Winkel, welcher der Ordinate y entspricht. Nennen wir ihn y', so wird $\frac{y}{D} = tang\ y'$. Analog können wir auch $\frac{x}{D : \cos M} = tang\ x'$ setzen, also den der Abscisse x

entsprechenden Winkel mit x' bezeichnen. Hiermit wird:

$$tang\,\alpha = \frac{tang\,x'}{cos\,(w + y')},$$

$$tang\,\beta = tang\,(w + y')\,cos\,\alpha.$$

Aus der letzten Gleichung findet man, wenn man α durch x' ersetzt,

$$sin\,\beta = sin\,(w + y')\,cos\;x'.$$

Die obigen Formeln habe ich in meiner Photogrammetrie S. 8 entwickelt, die vorstehende einfache Umformung derselben leitet Ph. Åkerblom direct ab in einer Abhandlung: „De l'emploi des photogrammètres pour mesurer la hauteur des nuages“ par Ph. Åkerblom. Upsala 1894. Der ganze Unterschied der Ableitung ist ein rein formeller, indem Åkerblom zunächst die linearen Coordinaten x und y in Winkel-, bezw. Bogenwerth umsetzt und dann mit diesen weiter sphärisch rechnet. So erhält er seine Formeln (1) und (2) auf Seite 4 obengenannter Broschüre, welche Hildebrandsson mit einer Einleitung versehen und dem permanenten internationalen Meteorologencomité vorgelegt hat. Die Verwandlung der linearen x und y in Bogenwerth vollzieht Åkerblom in der Art, dass er sie zunächst mit einem constanten Winkelwerthe pro Millimeter Längeneinheit multiplicirt, und dann graphisch eine Correction näherungsweise ermittelt und anbringt, um die richtigen Werthe für x' und y' zu erhalten, mit denen dann weiter α und β nach obigen Formeln berechnet werden.

Dies sonderbare Verfahren, zunächst falsch zu rechnen und dann eine angenäherte Correction anzubringen, um ungefähr das Richtige zu erhalten, anstatt dieses genau zu berechnen, würde nicht zu verstehen sein, und uns auch hier nicht weiter interessiren, wenn diese Abhandlung Åkerblom's nicht dem permanenten internationalen Meteorologencomité von seinem Vorsitzenden Hildebrandsson vorgelegt worden wäre mit den Worten: „Il ne me semble guère possible de trouver une méthode plus simple“. Hildebrandsson hatte bei Besprechung der Photogrammetrie in seiner Abhandlung „Des principales méthodes etc.“ auf S. 17 gesagt: „Il est indispensable, qu'à quelle distance que ce soit du centre de la plaque, la valeur angulaire d'un millimètre soit toujours la même; cela revient à dire que la lentille de l'objectif doit être excellente.“ Dies ist gleichbedeutend mit der Forderung, eine Linie von bestimmter Länge soll dem Auge immer unter dem gleichen Winkel erscheinen, gleichviel welche Lage und Richtung man ihr giebt! Das erschien dem Herrn Åkerblom, Adjuncten Hildebrandsson's, doch bedenklich. Er erkannte, dass je nach der Drehung

der Linie gegen die Visirlinie, oder je nach dem Abstande des Millimeters von der Mitte des Bildes, der zugehörige Winkelwerth ein anderer sein muss, und er ersann eine Correction, welche, in graphische Tafeln gebracht, den begangenen Fehler „annähernd“ berichtigt. Hildebrandsson legt dies Resultat dem permanenten internationalen Meteorologencomité als méthode la plus simple vor und fügt hinzu: „En même temps la précision est tout à fait suffisante pour les observations en question, comme le prouvent les exemples numériques donnés à la fin de ce mémoire.“

Diese numerischen Beispiele, auf welche Hildebrandsson hinweist, beweisen nun im geraden Gegentheil, dass die vorgenannten Leiter der internationalen Wolkenmessungen bei ihren photogrammmetrischen Wolkenmessungen eine weit geringere Genauigkeit erreicht haben, wie andere Beobachter, namentlich Nils Ekholm, durch directe Messung mit dem Wolkentheodoliten erzielten (vergl. S. 56). — Weiter giebt Åkerblom in seiner vorerwähnten Abhandlung die Vorschrift, Wolkenbeobachtungen in der Nähe des Zeniths zu vermeiden, und fügt hinzu, dass man in Upsala keine Messungen dieser Art bei Höhenwinkeln über 50° mache. Nils Ekholm weist in der meteorologischen Zeitschrift, Jahrgang 1894, S. 377 dem gegenüber nach, wie gerade Wolkenmessungen in der Nähe des Zeniths meist die besten Resultate liefern. Auf dem Kew-Observatorium [1]) hat man bei Anwendung der Photogrammetrie die gleiche Erfahrung gemacht, und daher schliesslich sogar die Messungen ganz auf Zenithaufnahmen beschränkt. Nils Ekholm entwickelt an vorgenannter Stelle alle in Betracht kommenden Bedingungen, betont ausdrücklich die Nothwendigkeit, die grösste Genauigkeit anzustreben, um zuverlässige Resultate zu erzielen, und bemerkt zu Åkerblom's Abhandlung: „Die von Åkerblom gegebene Vorschrift, zu grosse Höhenwinkel zu vermeiden, ist in der That verhängnissvoll, weil sie verbietet, Beobachtungen unter den im Allgemeinen und besonders bei Messungen der höchsten Wolken günstigsten Bedingungen anzustellen.“ Åkerblom antwortet in der meteorologischen Zeitschrift 1895, S. 117 bis 119: Er habe keine allgemeine Vorschriften für Wolkenmessungen geben wollen und daher sei vorstehende Bemerkung von Ekholm vollkommen unrichtig. „Da mein Aufsatz“, heisst es am Schlusse seiner Entgegnung, „nur darauf abzielt, die Methode darzustellen, durch welche man mit möglichst geringer Mühe und doch mit einer völlig hinreichenden Genauigkeit Wolkenmessungen ausführen kann, sind darin weder die Formeln (6) und (7) des Herrn Ekholm, noch seine Normalformeln angeführt. Dass die von mir angeführten

[1]) Proceedings of the Royal Society 1890—1891, Vol. 49, p. 467.

Formeln nicht nur ungleich bequemer als diese Normalformeln sind, sondern auch weniger Arbeit als die Formeln (6) und (7) Herrn Ekholm's erfordern, ist offenbar." Hildebrandsson empfiehlt, wie wir bereits früher gesehen haben, dem permanenten internationalen Meteorologencomité die Åkerblom'sche Methode (!) als „la méthode la plus simple et d'une précision tout à fait suffisante". Auch nach der klaren, auf reicher praktischer Erfahrung beruhenden Darlegung durch Nils Ekholm schreibt er an das permanente internationale Meteorologencomité: „Der Unterschied zwischen den Berechnungsmethoden von Ekholm und Åkerblom besteht darin, dass Ekholm's Formeln allgemein sind, aber schwieriger in der Verwendung, Åkerblom's dagegen am einfachsten und praktischsten, und immer anwendbar, wenn die Beobachtungen zwischen 20^0 und 60^0 über dem Horizont angestellt werden und nicht zu nahe an den Azimuten der Basislinie. Da die Berechnung einer grossen Zahl von Beobachtungen sehr langwierig ist, so erscheint es von grosser praktischer Bedeutung, dass man die Beobachtungen auf jenen Gürtel beschränke, was immer ausführbar ist."

Eine allgemeine Befolgung seiner Vorschriften würde in der That „verhängnissvoll" für das internationale Wolkenjahr werden, denn die wichtigsten Schlüsse sollen aus den photogrammetrischen Messungen der theilnehmenden Stationen erster Ordnung gezogen werden, für welche in den erwähnten Abhandlungen Anleitungen mit ausgeführten Beispielen gegeben werden. Es dürfte hiernach wohl gerechtfertigt erscheinen, die hier in Betracht kommenden Fragen auch von anderer Seite eingehender zu beleuchten und thunlichst klar darzulegen.

I. Die Photogrammetrische Messungsmethode.

Was zunächst die Vorschrift Åkerblom's betrifft, einer Formel zu Liebe nicht bei Höhenwinkeln über 50° zu beobachten, so braucht man nur diese Formel entsprechend umzuformen, und der angeführte Grund fällt fort. Bei grossen Höhenwinkeln werden Azimutbestimmungen unsicher, weil kleine Fehler in der Abscisse x stark vergrössert auf das Azimut wirken. Die Formel für den Horizontalwinkel lautet $tang\,\alpha = \frac{tang\,x'}{cos\,(w + y')}$. Der Nenner wird für den Höhenwinkel $w + y' = 60^0$ gleich $^1/_2$.

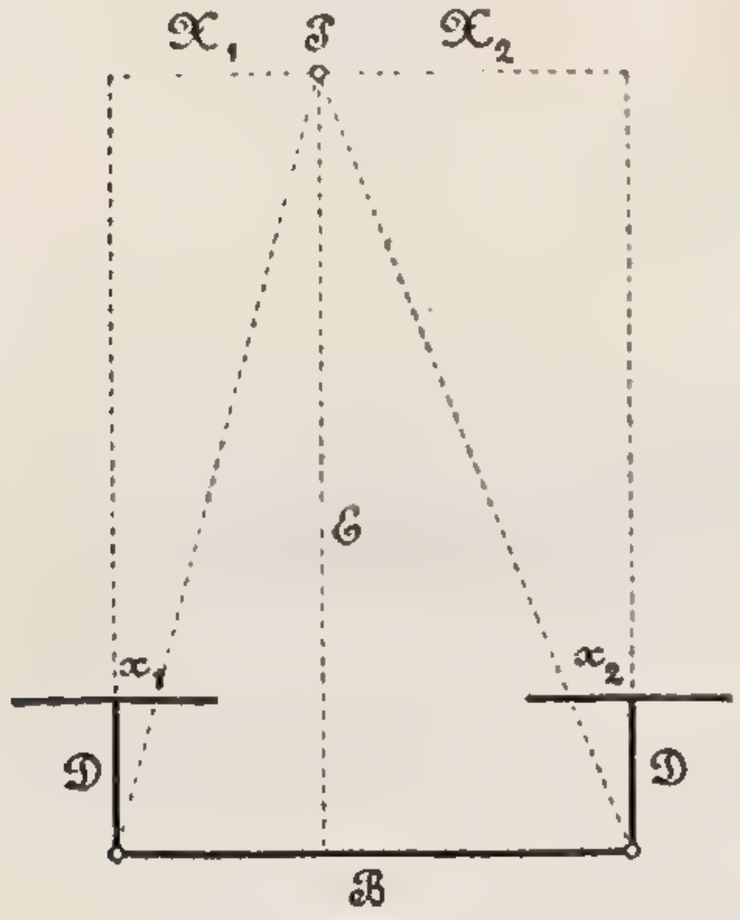
Ein Fehler in x, und damit auch in x' wird daher nahe mit seinem doppelten Betrage das Azimut α beeinflussen.

Der Factor $\frac{1}{cos\,(w + y')}$ wächst mit zunehmendem Höhenwinkel rasch, und um so unsicherer wird die Bestimmung von α aus der Abscisse x. Man vermeidet aber diese Unsicherheit, wenn man anstatt auf die Horizontalebene bei grösseren Höhenwinkeln auf die durch die Basis gelegte Verticalebene projicirt, wie ich dies in meiner Photogrammetrie dargethan habe. Durch Projection der Visirstrahlen auf die Horizontalebene erhält man in dieser ein Dreieck, welches sich aus der Horizontalprojection der Basis und den beiden anliegenden Horizontalwinkeln berechnen lässt; durch die Projection der Visirstrahlen auf die Verticalebene erhält man nun in dieser ein Dreieck zwischen der Basis und den projicirten Visirlinien, welches sich in ganz analoger Weise berechnen lässt, und dessen Spitze, d. h. die Projection des anvisirten Punktes auf die Verticalebene, wegen der grossen Höhenwinkel nun sicherer bestimmt ist, als durch den Schnitt der Azimute in der Horizontalebene. Das vertical gestellte Dreieck giebt durch eine einfache Rechnung die Höhe des Punktes über den Stationen. Der horizontale Abstand von der Verticalebene wird durch die beiden „Ab-

weichungswinkel“ zweifach erhalten, ebenso wie bei der Horizontalprojection die Höhe. Die ganze Figur ist um 90^0 gedreht. Bei unserer Wolkenphotogrammetrie gestaltet sich die Sache noch weit einfacher und vortheilhafter, wie wir gleich sehen werden. Damit wird der Åkerblom'schen Vorschrift, nicht über 50^0 Höhenwinkel hinaus Wolkenmessungen zu machen, jede Begründung entzogen.

Besonders einfach gestaltet sich die Projection auf die Verticalebene der Basis bei verticaler optischer Axe, also horizontaler Plattenstellung als Analogon zur gewöhnlichen Aufnahme bei horizontaler Axe, also verticaler Plattenstellung. Der Unterschied ist aber der, dass bei verticaler Axenrichtung die beiden Axen immer unter einander parallel und rechtwinklig zur Horizontalprojection der Basis stehen, was bei horizontaler Axe nur einen Fall unter vielen darstellt, allerdings den für die Genauigkeit der Aufnahme bei horizontaler Axe und für die Einfachheit der Berechnung am weitesten den günstigsten. Der Gedanke liegt nahe, ob sich nicht die Vortheile dieser Parallelstellung der Axen rechtwinklig zur Basis verallgemeinern lassen. In der That ergiebt sich hierbei eine sehr sichere und einfache Methode der Wolkenmessungen, welche vor allen anderen den Vorzug verdient, ohne dass damit jede andere Art der Messung ganz ausgeschlossen werden soll, wie wir später noch näher darlegen werden.

Fig. 2.



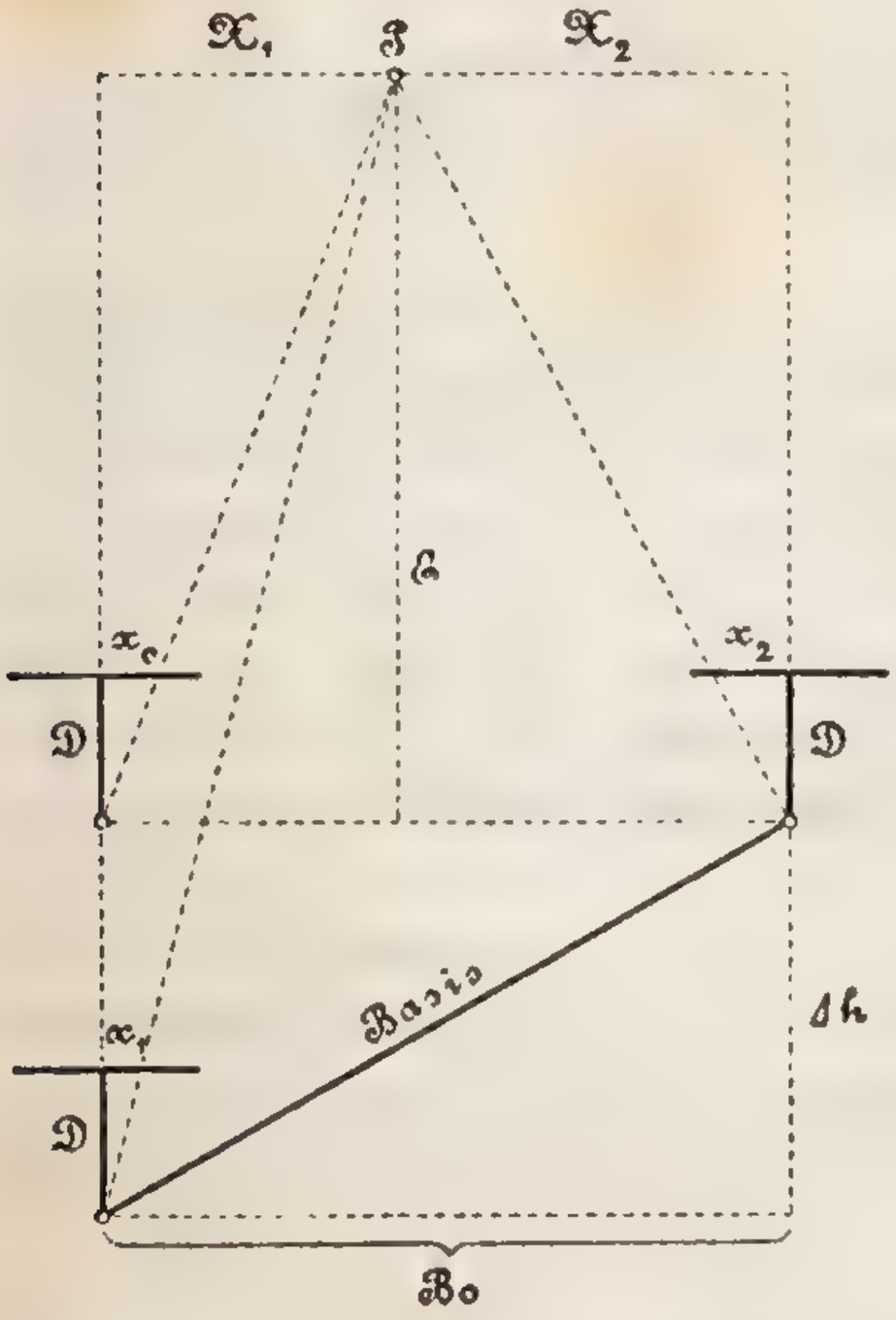
Angenommen, die beiden optischen Axen zweier an den Endpunkten einer gemessenen Basis aufgestellten Phototheodolite von ganz gleicher Brennweite sind horizontal und rechtwinklig zur Basis, also unter sich parallel gestellt. Projicirt man den anvisirten Punkt auf die Horizontalebene der Basis, und zieht durch seine Projection eine Parallele zur Basis, so steht diese Linie senkrecht auf den verlängert gedachten optischen Axen, und diese Verlängerungen schneiden von ihr ein Stück, Fig. 2, ab, welches gleich der Länge der Basis ist. Der Abscisse x_1 im einen Bilde entspricht die Abscisse X_1 in der Natur, der Abscisse x_2 im anderen Bilde das Stück X_2 in der Natur. Die Entfernung des projicirten Punktes von der Basis sei E, sein kürzester Abstand von der Horizontalebene, hier seine Höhe, sei Z, die ihr entsprechende Bildordinate z, bezw. z_1 und z_2 und die Bildweite D, so ergeben sich aus der Aehnlichkeit der Dreiecke nach Fig. 2 unmittelbar folgende

Beziehungen zwischen diesen Grössen:

$$x_1 : X_1 = x_2 : X_2 = D : E,$$
$$x_1 + x_2 : X_1 + X_2 = D : E,$$
$$E = \frac{D \,.\, B}{x_1 + x_2},$$
$$X_1 = \frac{x_1}{D} \cdot E; \quad Z = \frac{z}{D} \cdot E.$$

Stehen die optischen Axen vertical, so bleiben diese einfachen Beziehungen gültig, wenn die Basis horizontal ist. Bei einem Höhenunterschiede der Basisendpunkte ist eine Correction an das zu benutzende x_1, oder das berechnete E anzubringen, welche abhängig ist vom Höhenunterschiede Δh der beiden Basisendpunkte und der Entfernung E. Es wird in diesem Falle nach Fig. 3 mit der Horizontalprojection B_0 der Basis:

Fig. 3.



$$E = \frac{D \,.\, B_0}{x_0 + x_2},$$

wo x_0 durch x_1 zu ersetzen ist.

Es wird

$$x_0 : D = X_1 : E,$$
$$x_1 : D = X_1 : E + \Delta h,$$

also

$$x_0 : x_1 = (E + \Delta h) : E$$
$$x_0 = x_1 + x_1 \frac{\Delta h}{E}.$$

An der an der tieferen Station erhaltenen Abscisse x_1 ist somit eine Correction $+ x_1 \frac{\Delta h}{E}$ anzubringen, welche nur abhängt von dem Verhältnisse des Höhenunterschiedes Δh zur Entfernung E und der Grösse von x_1 selbst. Setzt man z. B. x_1 in max. zu 40 mm, so wird bei $\Delta h = 5$ m und $E = 5000$ m diese Correction höchstens 0,05 mm ausmachen können. Man kann die nöthige Correction auch an den mit dem uncorrigirten x_1 berechneten Werth von E anbringen. Durch Einsetzen des Werthes von $x_0 = x_1 + x_1 \frac{\Delta h}{E}$ in die Gleichung $E = \frac{D \,.\, B_0}{x_0 + x_2}$ geht diese über in

$$E = \frac{D \,.\, B_0}{x_1 + x_2 + x_1 \frac{\Delta h}{E}},$$

woraus

$$x_1 + x_2 + x_1 \frac{\Delta h}{E} = \frac{D.B_0}{E}$$

folgt, und weiter

$$E\,(x_1 + x_2) = D \,.\, B_0 - x_1\, \Delta h,$$

somit

$$E = \frac{D.B_0}{x_1 + x_2} - \frac{x_1}{x_1 + x_2}\, \Delta h.$$

Die Correction der mit dem unverbesserten x_1 berechneten Entfernung wird immer negativ. Die Grösse $x_1 + x_2$ ist die Parallaxe p, welche die Entfernung E bestimmt. Beide Correctionsglieder entsprechen sich vollständig. E und p sind einander umgekehrt proportional.

Die vorstehend entwickelten Formeln gelten für jede Neigung der normal zur Basisprojection und unter sich parallel gestellten optischen Axen gegen den Horizont in Bezug auf die durch sie gelegte Ebene als Projectionsebene. Ist die Basis horizontal, so wird das von Δh abhängige Glied Null. Ist die Basis nicht horizontal, so tritt bei der Neigung w der optischen Axe gegen den Horizont an Stelle von Δh nunmehr $\Delta h \,.\, \sin w$, d. h. die Projection von Δh auf die zur Ebene der optischen Axen senkrechte Ebene.

Durch vorstehende Formeln werden die rechtwinkligen Coordinaten E, X und Z in Bezug auf die durch die parallelen optischen Axen gelegte Projectionsebene erhalten. Sollen dieselben auf den Horizont projicirt werden, so hat man bei der Neigung w der optischen Axe:

$$\begin{aligned} X &= X \\ Y &= E \cos w - Z \sin w \\ H &= E \sin w + Z \cos w. \end{aligned}$$

Die Fig. 3 kann auch zur Veranschaulichung der Verhältnisse dienen, welche einer zwar parallelen, aber nicht normalen Stellung der optischen Axen zur Basis, beziehungsweise ihrer Projection entsprechen, welche aber keine so grossen Vortheile gewährt, wie die Normalstellung.

Die Benutzung der vorstehend entwickelten Formeln mag zunächst an einem Beispiele erläutert werden:

Beispiel.

Bestimmung der Entfernung und Höhe einiger Thürme Braunschweigs.

Basislänge: $B = 221{,}9$ m; Bildweite: $D = 152{,}3$ mm.

I. Bestimmung des Horizontalabstandes E.

Thurm	x_1 mm	x_2 mm	$x_1 - x_2$ mm	$E = \frac{B \cdot D}{x_1 - x_2}$ m	E (wahr) m	ΔE m	$(\Delta E)^2$
Martini, rechts	+ 2,6	+ 26,55	23,95	1411,4	1408,2	+ 3,2	10,24
„ links .	+ 1,8	+ 25,5	23,7	1426,3	1418,6	+ 7,7	59,29
Michaelis . . .	+ 0,2	+ 20,65	20,45	1653,0	1653,1	— 0,1	0,01
Ulrici	— 1,75	+ 31,35	33,10	1021,2	1022,1	— 0,9	0,81
Telephon . . .	— 41,8	— 16,1	25,7	1315,3	1313,1	+ 2,2	4,84
			25,4		1365	Mittel	15,04

$$m_E = \pm \sqrt{15{,}04} = \pm 3{,}9 \text{ m}.$$

II. Bestimmung des Verticalabstandes Z.

Thurm	z_1 mm	z_2 mm	Z_1 m	Z_2 m	Z_1 (wahr) m	Z_2 (wahr) m	ΔZ_1 m	ΔZ_2 m	$(\Delta Z_1)^2$	$(\Delta Z_2)^2$
Martini, rechts	+ 4,8	+ 4,45	44,5	41,2	45,4	40,3	— 0,9	+ 0,9	0,81	0,81
„ links .	+ 4,9	+ 4,45	45,8	41,6	45,5	40,4	+ 0,3	+ 1,2	0,09	1,44
Michaelis . . .	+ 2,8	+ 2,45	32,0	26,6	31,4	26,2	+ 0,6	+ 0,4	0,36	0,16
Ulrici	+ 3,45	+ 2,7	23,2	18,1	23,8	18,6	— 0,6	— 0,5	0,36	0,25
Telephon . . .	+ 2,6	+ 2,05	22,5	17,7	23,1	17,9	— 0,6	— 0,2	0,36	0,04
					33,3				1,98	2,70

Mittel $= 0{,}468$

$$m_Z = \pm \sqrt{0{,}468} = \pm 0{,}68 \text{ m}.$$

Anmerk. Bei Zählung der Abscissen im gleichen Sinne positiv und negativ, tritt an Stelle von $x_2 + x_1$ folgerichtig $x_2 - x_1$, was zur Vermeidung von Verwechselungen einheitlich durchzuführen ist. Im Folgenden werden alle x nach Westen positiv gezählt werden, da unsere benutzte Basis die Richtung Ost-West hat.

Die Lage und Höhe der anvisirten Thürme gegen die Basisendpunkte ist durch die Landesaufnahme genau bestimmt. Die Abweichungen der photogrammetrisch erhaltenen Resultate gegen diese Werthe können als „wahre“ Fehler betrachtet werden. Der mittlere Fehler für die Entfernung E wird $m_E = \pm 3{,}9\,\text{m}$, für die Höhe Z aber $m_Z = \pm 0{,}68\,\text{m}$. Der mittlere Höhenfehler ist somit hier viel kleiner als der mittlere Fehler der Entfernungen, welcher mehr als fünfmal so gross wird wie jener. Ehe wir hierauf, sowie auf eine Fehleruntersuchung überhaupt näher eingehen können, müssen wir den benutzten Phototheodoliten genauer betrachten, namentlich seine Prüfung und Justirung.

II. Der Phototheodolit.

Das photographische Objectiv erzeugt von den abzubildenden Gegenständen auf der lichtempfindlichen Platte in der Camera ein Bild, welches — richtige Zeichnung vorausgesetzt — dem abgebildeten Gegenstande in allen Theilen ähnlich ist. Von allen Punkten des Gegenstandes geht ein Hauptstrahl durch den optischen Mittelpunkt des Objectivs ungebrochen hindurch und geradlinig weiter bis zur lichtempfindlichen Platte, analog wie bei der einfachen Lochcamera, bezw. der gewöhnlichen Camera obscura. Die weiteren von jedem Punkte ausgehenden und das Objectiv treffenden Strahlen verstärken die Helligkeit der Bildpunkte, ohne ihre Lage im Bilde zu verändern. Vom optischen Mittelpunkte aus betrachtet, erscheinen also Bild und Gegenstand unter gleichem Gesichtswinkel in Bezug auf alle ihre Theile (Fig. 4). Zur Bestimmung dieser Winkel genügt die Betrachtung der Hauptstrahlen. Bei entfernten Gegenständen sind alle von einem Punkte ausgehenden Strahlen als parallel zu betrachten. Die zusammengesetzten photographischen Objective haben keinen optischen Mittelpunkt in obigem Sinne, sondern zwei getrennte Hauptpunkte, von deren vorderem die Gegenstände unter denselben Gesichtswinkeln gesehen werden, wie vom zweiten Hauptpunkte aus ihre Bilder. Der Abstand des zweiten Hauptpunktes von der Bildebene ist die Bildweite, bei entfernten Gegenständen, welche hier in Betracht kommen, zugleich die Brennweite.

Die von einem Bildpunkte ausgehenden Strahlen werden somit unter sich parallel und parallel ihrem Hauptstrahle aus dem Objective wieder austreten müssen, wenn man das in der Camera entstandene Bild als leuchtenden Gegenstand betrachtet, und die von verschiedenen Bildpunkten ausgesandten Strahlen werden mit

einander beim Austritte aus dem photographischen Objective dieselben Winkel bilden, wie vorher beim Eintritt, da Bild und Gegenstand sich so vollständig entsprechen, dass sie sich vertauschen lassen.

Hierauf gründet sich das im Folgenden beschriebene Verfahren der directen Winkelmessung durch das photographische Objectiv der Camera.

Setzt man die entwickelte und fixirte photographische Platte genau in derselben Stellung wieder in die Camera ein, welche sie bei der Aufnahme hatte, so werden, da Bild und Gegenstand sich entsprechen, die vom Bilde ausgehenden Strahlen das Objectiv unter denselben Winkeln und gegenseitigen Neigungen verlassen, unter denen sie eintraten. Ein vor dem Objective der Camera befindliches Auge wird alle Theile des Bildes in derselben scheinbaren Grösse, bezw. unter denselben Gesichtswinkeln sehen, wie die zugehörigen Objecte selbst; man hat somit in Bezug hierauf den Anblick der Natur in die Camera verlegt, und kann nun durch das Objectiv hindurch die Winkel direct messen. Für genügende Helligkeit des Bildes kann durch entsprechende Beleuchtung leicht gesorgt werden, zumal wenn man von vornherein darauf Bedacht nimmt, die Platten durchsichtig zu halten und nicht zu dicht zu entwickeln.

Nach mancherlei Versuchen, eine praktische Construction für die Verwerthung dieses Gedankens zu finden, gelangten wir dahin, den Phototheodoliten selbst zur directen Ausmessung der Platten einzurichten, und zwar auf zwei verschiedene Arten, entweder mit feststehender Camera und beweglichem Einstellfernrohre, Fig. 4 I, oder mit festem Einstellfernrohre und beweglicher Camera, Fig. 4 II.

Eine Grundbedingung für die Richtigkeit der Messung ist die, dass das Bild genau in der Brennebene des Objectives sich befindet;

Fig. 5.

denn nur in diesem Falle treten die von einem Punkte des Bildes ausgehenden Strahlen unter sich und dem Hauptstrahle parallel wieder aus. Das ist aber erforderlich, wenn eine seitliche Verschiebung des dem photographischen Objective gegenüber befindlichen Fernrohrobjectives, senkrecht zur optischen Axe beim Ausmessen der Winkel auf die Lage des Bildes im Fernrohre, d. h. die Einstellrichtung ohne Einfluss sein soll. Liegt hingegen der

Punkt p, Fig. 5, nicht in der Brennebene, so werden die von ihm ausgehenden und das Objectiv treffenden Strahlen als Strahlenkegel austreten und verschiedene Neigung haben, also auch verschiedene Einstellrichtungen für den Punkt p ergeben, je nachdem man den einen oder den anderen, z. B. einen Mittel- oder einen Randstrahl in einem gegenüber dem photographischen Objective aufgestellten Fernrohre auffängt. Es sei der Vereinigungspunkt der austretenden Strahlen in P, dessen Entfernung vom photographischen Objective gleich D, der Winkel zwischen Mittel- und Randstrahl gleich α, die halbe Objectivöffnung gleich a, dann ist

$$\alpha'' = \frac{a}{D} \cdot \varrho''$$

und da nach der allgemeinen dioptrischen Formel

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$$

ist, wo „f“ die Brennweite bezeichnet, so wird

$$\alpha'' = a \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{d}\right) \varrho'' = \frac{a\,(d - f)}{d\,.\,f}\,\varrho''.$$

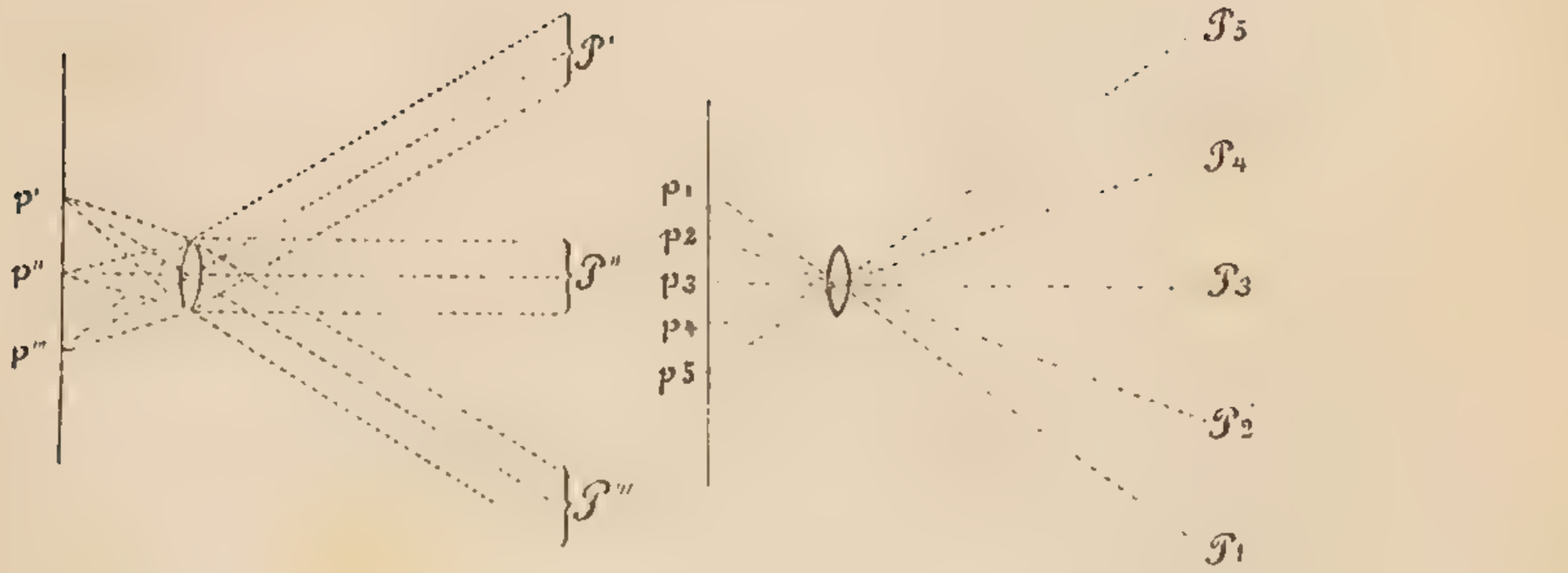
Nimmt man den Abstand des Punktes p von der Brennebene, d. h. $d - f = 1\,\text{mm}$, den Abstand a ebenfalls gleich 1 mm, die Brennweite $f = 150\,\text{mm}$, so wird

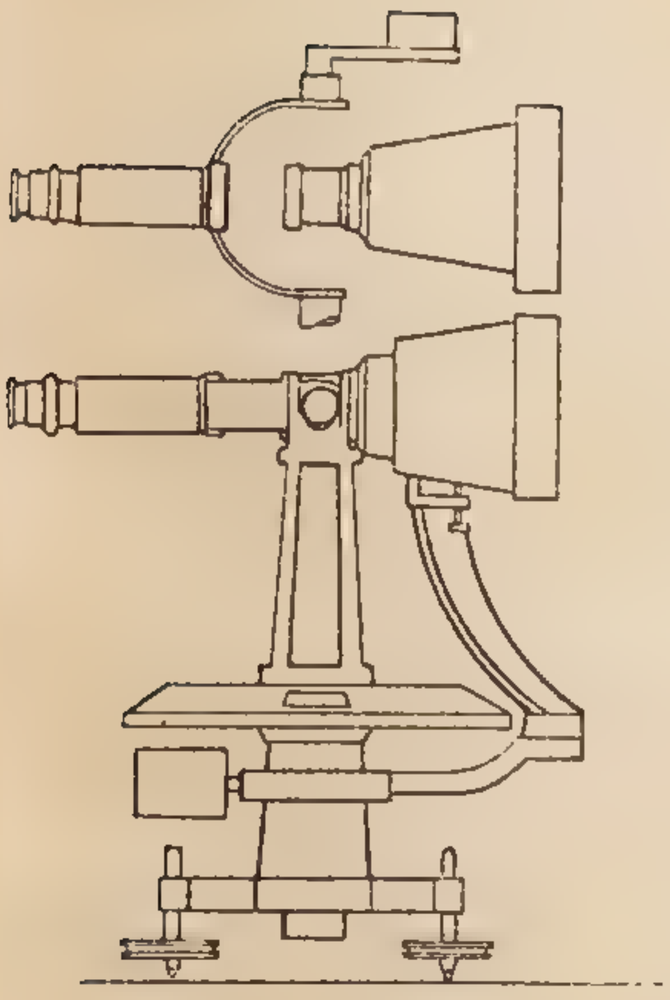
$$\alpha'' = \frac{1}{150\,.\,151} \cdot 206\,265'' = 9{,}1'';$$

d. h. also, wenn die optischen Axen der photographischen Camera und des Einstellfernrohres nicht genau in dieselbe Richtung fallen, so erzeugt beim Einstellen und Ausmessen des photographischen Bildes durch das Objectiv der Camera eine seitliche Verschiebung der optischen Axen um 1 mm, bei einer Brennweite von 150 mm und einem Abstande des Bildes von der Brennebene um 1 mm, im Maximum einen Winkelfehler von neun Bogensecunden. Dieser Fehler wächst proportional dem Abstande a der optischen Axen, dem Abstande $d - f$ des Bildes von der Brennebene, und ist nahe umgekehrt proportional dem Quadrate der Brennweite f, da f und d nur wenig verschieden sind und im Nenner gleich gesetzt werden können. Der Winkel α wird Null mit $a =$ Null oder mit $d - f =$ Null. Hält man diese beiden Grössen innerhalb eines Millimeters, was mechanisch nicht schwer zu erreichen ist, z. B. setzt man $a = d - f = 0{,}5\,\text{mm}$, so wird α nur wenige Secunden betragen können.

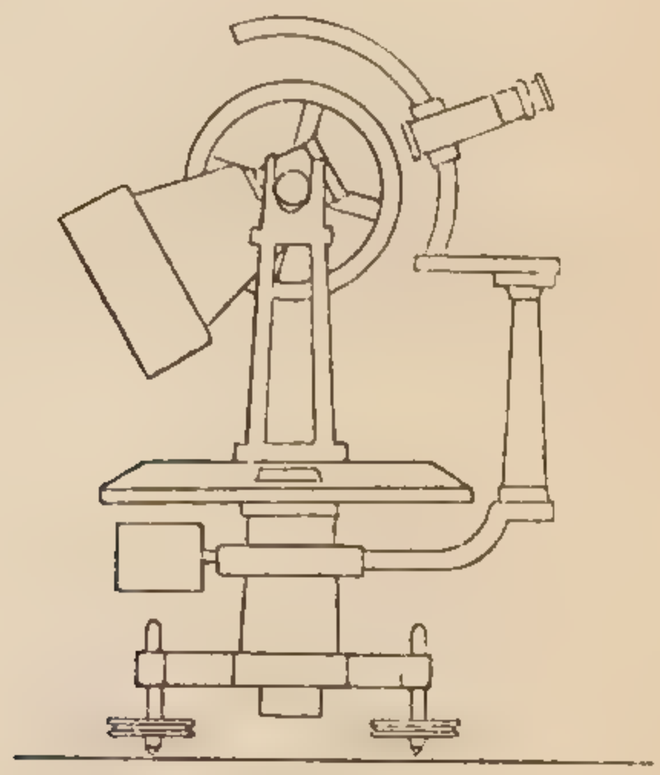
Dies wurde bei beiden Constructionen in folgender Weise erreicht. Bei der Einrichtung mit fester Camera, Fig. 6, a bis d, wird diese in einen Hülfsconus eingesetzt, welcher am Dreifusse

Fig. 4.





I



II

des Phototheodoliten befestigt wird und durch ein Gegengewicht äquilibrirt ist. Der vordere Hauptpunkt des photographischen Objectivs liegt dann genau im Durchschnittspunkte der verticalen und der horizontalen Drehaxe des Instrumentes. Das Hülfsfernrohr, welches zur Ausmessung des in die Camera eingesetzten und von rückwärts gut beleuchteten Negativs dient, hat eine so weit ausgeschweifte Axe, mit welcher es in die Axenlager des Phototheodoliten eingelegt wird, dass eine genügende Drehung im horizontalen und im verticalen Sinne um das photographische Objectiv, bezw. seinen vorderen Hauptpunkt, von welchem die austretenden Strahlen auszugehen scheinen, möglich ist.

Um die Coincidenz, bezw. Collimirung der optischen und photographisch-optischen Axen des Fernrohres und der Camera herbeizuführen, werden beide Axen durch Fadenkreuze bezeichnet. Der vordere Hauptpunkt des photographischen Objectivs ist durch Abmessen seines Abstandes von der Mitte, wo sich die Blende befindet, leicht zu bestimmen. Er wird durch einen eingeführten, centrirten Ring mit Fadenkreuz sichtbar bezeichnet. Seine Verbindungslinie mit dem Durchschnittspunkte der Markenlinien auf der Bildplatte ist die optisch-photographische Axe der Camera. Das Axenkreuz der Markenlinien ist auf der Mattscheibe, bezw. Bildplatte scharf eingerissen und gut sichtbar, so dass es leicht möglich ist, der so bezeichneten optisch-photographischen Axe eine horizontale Lage zu geben. Ist dies erreicht, so wird das Fernrohr in die Axenlager des Theodoliten eingelegt. Sein Objectiv wurde vorher herausgeschraubt und durch einen centrirten Ring mit Fadenkreuz ersetzt. Dieses und eine statt des Oculars eingesetzte Scheibe mit einer centrisch angebrachten kleinen, runden Oeffnung bezeichnen die optische Axe des Fernrohres. Dieselbe wird nun ebenfalls horizontal gestellt. Zeigt sie dann nicht auf die optisch-photographische Axe der Camera, d. h. liegt sie höher oder tiefer, so wird die Camera vermittelst Correctionsschrauben auf ihrem Träger so lange gesenkt oder gehoben, bis die genaue Collimirung der beiden Axen erreicht ist. Befindet sich dann der durch das Fadenkreuz bezeichnete vordere Hauptpunkt des photographischen Objectivs genau im Durchschnittspunkte der horizontalen und der verticalen Umdrehungsaxe des Phototheodoliten, so wird bei einer Drehung des Fernrohres um diese Axe seine Absehlinie immer auf den ersten Hauptpunkt des photographischen Objectivs, bezw. auf das ihn markirende Fadenkreuz zeigen. Anderenfalls verschiebt man die photographische Camera in der Richtung der optischen Axe so lange, bis bei der Bewegung des Fernrohres sich keine Abweichung mehr zeigt. In solcher Weise ist es unschwer zu erzielen, die Collimirung der beiden optischen Axen bis auf einige

Zehntel des Millimeters genau zu erreichen und dann dauernd zu fixiren. Bis zur Grösse des Gesichtsfeldes von 40° beträgt die Verschiebung der Hauptpunkte mit wachsender Neigung der Strahlen gegen die optische Axe bei dem benutzten Objective, Collinear II³ von Voigtländer, wie wir später sehen werden, noch nicht ein Zehntel Millimeter, kommt somit hier nicht weiter in Betracht, da das Gesichtsfeld des Phototheodoliten nur vierzig Grade umfasst. Das Einstellen der photographischen Platte in die Brennebene des Objectivs geschieht am besten durch Photographiren von Sternen, namentlich Doppelsternen und Verändern der Bildweite, bis die schärfsten Bilder erhalten werden. Die Brennfläche ist beim Collinear in den Gebrauchsgrenzen so nahe eine Ebene, dass keine Abweichung festgestellt werden konnte. So ist es denn ohne Schwierigkeit möglich, die Grösse $d - f$, d. h. den Abstand der Bildpunkte von der Brennebene, wie die Grösse a, d. h. den Abstand der Collimationslinien von einander unter einem halben Millimeter zu halten, welcher letzteren Grösse erst ein Betrag von im Maximum 2″ für den besprochenen Winkelfehler hier entspricht, wo die Brennweite nur 150 mm beträgt. · Vergl. S. 16.

Die Vergrösserung des Einstellfernrohres wird der Schärfe des Bildes angepasst. Bei klaren und scharfen Negativen von Sternen, Felspartien, Blitzen etc. kann dieselbe zehnfach und mehr sein. Man sieht dann überraschend hübsche Bilder, welche sich genau ausmessen lassen. Mit diesem Verfahren ist der Weg angegeben, auf welchem die Photogrammetrie zur Präcisionsmessung erhoben werden kann. Was dies bedeutet, werden wir weiter unten noch klarer sehen. Die Camera ist in dem Hülfsconus vermittelst eines Zahngetriebes um ihre Längsaxe im ganzen Umkreise drehbar. Eine photographirte Winkeldistanz, z. B. Dicke und Abstand von Blitzen, eine Mond- oder Sterndistanz kann somit durch Drehen und Neigen der Camera immer in den Horizont des Theodoliten gedreht und dann als Horizontalwinkel gemessen werden. Der am Dreifusse des Theodoliten befestigte Ständer, welcher den Conus und die Camera trägt, ist um die verticale Axe des Instrumentes nach Art eines Repetitionstheodoliten drehbar. Man kann die Winkelmessung daher an verschiedenen Stellen des Horizontalkreises vornehmen, und diese zur Eliminirung der Theilungsfehler gleichmässig über den Horizont vertheilen. Die Befestigung des Cameraconus am Dreifusse des Theodoliten selbst sichert die unveränderliche Lage aller Theile gegen einander, unabhängig von der Unterlage, auf welcher der ganze Apparat steht. In solcher Weise lässt sich mit dem mit Ablesemikroskopen versehenen Phototheodoliten nahe dieselbe Genauigkeit der Winkelmessung im Bilde erzielen, wie bei directen geodätischen Triangulirungen.

Bei der Ausmessung von geodätischen etc. Aufnahmen ist wohl darauf zu achten, dass die Bildhorizontale genau horizontal liegt. Man kann dies nach den mit abgebildeten Markenspitzen beurtheilen, und wenn man zwei zusammengehörige Aufnahmen macht, die eine bei Fernrohr rechts, die andere bei Fernrohr links, so werden sich kleine Abweichungen in den Mittelwerthen aufheben, wie bei der directen Messung die Reste der Instrumentalfehler durch Messung in zwei Fernrohrlagen compensirt werden. Die Bildweite des Phototheodoliten beträgt nur 150 mm. Eine geringe Aenderung derselben ist schon von merklichem Einflusse auf die Grösse des auszumessenden Bildes. Daher sind alle Metalltheile der Camera möglichst fest und unveränderlich gemacht. Die Glasplatte, d. h. das auszumessende Negativ, wird durch seitliche Federn immer thunlichst in dieselbe Lage gebracht, durch die drei Deckelfedern auch beim Ausmessen mit der gleichen Kraft gegen die drei Metallknöpfchen gedrückt, wie bei der Aufnahme selbst, aber die verschiedene Temperatur beim Beobachten und Ausmessen bewirkt Veränderungen, und auch die lichtempfindliche Schicht kann nach dem Entwickeln und Trocknen an den Auflagestellen eine etwas andere Dicke haben. Handelt es sich um sehr genaue Messungen, so wird man bemüht sein, die gesuchten Grössen zwischen bekannte und gegebene Werthe einzuschalten, d. h. nicht absolute, sondern relative Messungen und Bestimmungen ausführen.

Die Camera kann bis zu 40^0 über und unter den Horizont geneigt werden durch Drehen um den vorderen Hauptpunkt des Objectivs, welcher hierbei seine Lage nicht verändert. Bis zu den gleichen Höhen- und Tiefenwinkeln können directe Azimut- und Höhenwinkelmessungen durch das Objectiv hindurch ausgeführt werden. Das Instrument dient in erster Linie astronomisch-geodätischen Zwecken.

Für Aufnahmen bei starken Neigungen, sowie um die Handhabung des Phototheodoliten für Wolkenaufnahmen etc. thunlichst einfach zu gestalten, gaben wir dem Instrumente die in Fig. 7 *a* und 7 *b* abgebildete Form mit festem Hülfsfernrohre und beweglicher Camera. Hier bleibt beim Ausmessen des Bildes durch das Objectiv der Phototheodolit ganz so, wie er beim Beobachten war, und wird der Camera mit Hülfe der Einstellung und Ablesung am Verticalkreise genau die gleiche Neigung gegeben, welche sie bei der Aufnahme selbst hatte. Dann treten alle von den Bildpunkten ausgehenden Strahlen unter derselben Neigung gegen den Horizont aus dem photographischen Objective aus, unter der sie bei der Aufnahme in dasselbe eintraten. Die Richtung eines jeden dieser Strahlen kann fixirt werden durch das kleine an dem verticalen Bügel verschiebbare Hülfs- und Einstellfernrohr, Fig. 7 *b*, indem man sein Fadenkreuz genau auf den betreffenden Bildpunkt einstellt

und festklemmt. Löst man nun die Klemmschrauben der Kreise des Phototheodoliten, und führt durch Drehen und Neigen der Camera ihre optische Axe auf das Fadenkreuz des vorher eingestellten und jetzt fest gebliebenen Hülfsfernrohres, so liest man nun an den Theilkreisen des Phototheodoliten direct Höhe und Azimut für den betreffenden Bildpunkt ab, ebenso, als wenn man bei der Aufnahme in der Natur auf ihn selbst eingestellt haben würde. Die optische Axe der Camera wird in jeder Bildplatte als Durchschnittspunkt der Markenlinien scharf bezeichnet. Camera und Einstellfernrohr drehen sich um den Schnittpunkt der horizontalen und der verticalen Umdrehungsaxe des Phototheodoliten, mit welchem der vordere Hauptpunkt des photographischen Objectivs zum Zusammenfallen gebracht wird. Die Justirung geschieht in ganz analoger Weise, wie sie bei der anderen Construction mit fester Camera vorhin beschrieben wurde.

Das Hülfsfernrohr wurde bei der zweiten Construction kleiner gewählt. Eine schwache Vergrösserung, wie solche ein guter Feldstecher hat, genügt hier zur hinreichend scharfen Einstellung. Die Nonien der Kreise unseres Instrumentes geben direct 20″, und durch Schätzung 10″. Man kann die Messungen in verschiedenen Lagen des Instrumentes machen. Die verlangten Winkel, Azimute und Höhe werden in solcher Weise direct und auf analoge Weise erhalten, wie durch eine gewöhnliche Theodolitmessung, nur mit dem Unterschiede, dass die ganze Detailmessung ins Zimmer verlegt wurde, und die Aufnahme selbst in einem günstigen Momente gemacht werden kann.

Der Phototheodolit II mit festem Einstellfernrohre ist hauptsächlich zu Wolkenmessungen bestimmt. Soll er ausschliesslich zu diesem Zwecke benutzt werden, so genügt eine Angabe der Nonien auf ganze oder halbe Minuten der bequemeren Ablesung halber. Wir haben bei unserem Instrumente 10″ bezw. 20″ gewählt, weil dasselbe auch zu anderen Aufnahmen und Messungen benutzt werden soll. Will man correspondirende Blitzaufnahmen machen, so ist die äusserste Genauigkeit anzustreben, um den vielfach verzweigten und verschlungenen Weg der elektrischen Entladungen im Einzelnen verfolgen zu können. Hierzu werden wir die Ausmessung der Platten mit fester Camera und beweglichem Einstellfernrohre nach Construction I benutzen. Man wird im Allgemeinen gleichzeitige Blitzaufnahmen in nicht zu grossen Höhen und bei grösseren Entfernungen machen müssen, da man sonst zu wenig Aussicht hat, correspondirende Bilder zu erhalten [1]).

---

[1]) Sollen hierbei zuverlässige Resultate erzielt werden, so ist die grösste Genauigkeit anzustreben, sowohl bei der Aufnahme wie bei der Ausmessung.

III. Prüfung des Phototheodoliten.

Die Prüfung und Berichtigung des Phototheodoliten im Allgemeinen habe ich in meiner Photogrammetrie, Abschnitt V., S. 33 bis 38, eingehender beschrieben. Bei Benutzung der directen Winkelmessung durch das Objectiv der Camera wird diese Prüfung wesentlich einfacher und sicherer, auch die Bestimmung der Bildweite. Denkt man sich auf der eingesetzten Glasplatte die beiden Hauptlinien, welche das Axensystem der x und y bilden, gezogen und von ihrem Durchschnittspunkte als Nullpunkt aus nach allen vier Richtungen gleiche Strecken abgetragen, z. B. durch eine Centimetertheilung, so müssen gleich lange lineare Maasse bei der Winkelmessung durch das Objectiv gleiche Winkelwerthe ergeben, wenn die optisch-photographische Axe der Camera im Hauptpunkte des Axenkreuzes auf der Platte senkrecht steht. In diesem Falle entsprechen die linearen x und y unmittelbar den Tangenten der gemessenen Winkel, aus denen sich die Bildweite leicht und sicher berechnen lässt. Bei den Aufnahmen für die neue photographische Himmelskarte werden in die lichtempfindlichen Platten vor ihrer Anwendung zu den Sternaufnahmen Quadratnetze feiner Linien eincopirt, welche 5 mm Abstand haben, um auf diese alle linearen Abmessungen auf den entwickelten und fixirten Platten beziehen zu können. Herrn Professor Dr. Scheiner in Potsdam verdanke ich einige solcher Netzcopien, welche wie die von Gautier in Paris gefertigten Originale bis auf einzelne Tausendstel des Millimeters genau sind. Diese Gitter werden zur Prüfung und Justirung unserer Phototheodolite benutzt. Stellt man die photographisch-optische Axe der Camera horizontal, nachdem das Glasnetz so eingesetzt ist, dass die mittleren beiden sich rechtwinkelig kreuzenden Netzlinien mit den Markenlinien, d. h. der Bildhorizontale und der Bildverticale genau zusammenfallen, und stellt das Einstellfernrohr auf den Durchschnittspunkt desselben ein, so stehen nun die optischen Axen beider Instrumente horizontal. Man kann dann durch Drehen der Camera um die verticale Axe die Horizontalwinkel, durch Drehen der Camera um ihre horizontale Axe die Verticalwinkel messen, welche nach rechts und links auf der x-Axe, bezw. nach oben und unten auf der y-Axe gleichen linearen Entfernungen entsprechen. So wurden z. B. für Phototheodolit II die in der folgenden Tabelle A enthaltenen Werthe im Mittel aus zwei Einstellungen der Centimeterstriche zu beiden Seiten in der Hauptbildhorizontale erhalten. Die Abweichungen rechts-links betragen noch nicht 20″, obwohl die Vorzeichen der

A. Phototheodolit II.

Erste Prüfung und Bestimmung der Bildweite *D*.

	links			rechts			rechts—links
	Grad	Min.	Sec.	Grad	Min.	Sec.	Sec.
Mitte	0	0	0	0	0	0	—
1 cm	3	46	5	3	45	55	— 10
2 cm	7	30	11	7	30	25	+ 14
3 cm	11	10	39	11	10	53	+ 14
4 cm	14	45	24	14	45	36	+ 12
5 cm	18	13	14	18	13	32	+ 18

	Mittel			Bildweite	Gewicht
	Grad	Min.	Sec.		
Mitte	0	0	0		
1 cm	3	46	0	151,89	1
2 cm	7	30	18	151,81	2
3 cm	11	10	46	151,80	3
4 cm	14	45	30	151,84	4
5 cm	18	13	23	151,87	5

Bildweite = 151,84 mm.

Hauptsache nach positiv sind, was andeuten würde, dass die linke Seite gegenüber der rechten etwas Weniges mehr zurückliegt. Die Bildweite wird $D = 151{,}84$ mm. Um dieselbe etwas zu vergrössern und damit der Bildweite des Phototheodoliten I, welche 152,3 beträgt, näher zu bringen, wurden die drei Auflageschrauben, auf welchen die Platte in der Camera aufruht, entsprechend um gleichviel herausgeschraubt, und dann durch Messen in der Hauptbildhorizontalen und der Hauptbildverticalen die in Tabelle B mitgetheilten Werthe erhalten. Diesmal wurden die Winkelmessungen auf den vierten und fünften Centimeterstrich beschränkt, weil die ersten Centimeter für die Bestimmung der Bildweite ein zu kleines Gewicht erhalten. Die Uebereinstimmung sowohl der Winkel zu beiden Seiten in der Horizontalen und in der Verticalen, sowie der beiderseits erhaltenen Bildweiten ist völlig ausreichend. Für Wolkenmessungen genügt es, die Bildweite von Phototheodolit II gleich 152,3 mm zu setzen.

B. Phototheodolit II.

Zweite Prüfung und Bestimmung der Bildweite *D*.

Hauptbildhorizontale.

	Grad	Min.	Sec.	Grad	Min.	Sec.	*D*	Mittel
— 5 cm	18	10	37	18	10	44	152,26	152,24
— 4 cm	14	43	22	14	43	25	152,22	
Mitte	0	0	0					
+ 4 cm	14	43	28					
+ 5 cm	18	10	50					

Hauptbildverticale.

— 5 cm	18	10	45	18	10	40	152,28	152,26
— 4 cm	14	43	15	14	43	15	152,24	
Mitte	0	0	0					
+ 4 cm	14	43	15					
+ 5 cm	18	10	35					

Mittel: $D = 152{,}25$.

Um weiter die früher beschriebene Art der Plattenausmessung mit Phototheodolit II zu prüfen, wurde der optischen Axe der Camera nach und nach eine Neigung von 0^0 bis zu 60^0 Höhenwinkel, von 10^0 zu 10^0 fortschreitend, gegeben, und Azimut sowie Höhenwinkel von zwei Punkten auf der Platte ermittelt, deren Coordinate $x = + 40$ mm und $y = + 40$ mm, bezw. $x = - 40$ mm und $y = + 40$ mm waren. Die erhaltenen Azimute und Höhenwinkel sollen ihrem absoluten Betrage nach unter sich übereinstimmen und gleich dem „Sollwerthe“ werden, der sich aus der Neigung der Axe und den Werthen der Coordinaten leicht berechnen lässt. Das Verfahren der Messung ist folgendes. Am Horizontalkreise wird Null eingestellt, am Verticalkreise z. B. 30^0, dann führt man das Einstellfernrohr durch Heben oder Senken desselben, sowie Drehen der Camera um die Repetitionsaxe des Theodoliten auf den Punkt $x = + 40$ mm und $y = + 40$ mm. Die Feinstellung im horizontalen Sinne geschieht durch die Mikrometerbewegung der Repetitionsaxe, die Feinstellung in verticaler Richtung durch Verstellen des Fadenkreuzes des kleinen Einstellfernrohres. Diese letztere Art der Feinstellung wurde nach mancherlei Versuchen anderer Art als die einfachste und zweckentsprechendste beibehalten. Die Fadenkreuzplatte hat eine Schlittenführung wie für einen „beweglichen“ Faden im Oculare. Die ganze Bewegung

kann in so engen Grenzen gehalten werden, dass sie für die Justirung in Bezug auf den vorderen Hauptpunkt des photographischen Objectivs hier nicht in Betracht kommt.

Nachdem auf solche Weise die genaue Einstellung des Einstellfernröhrchens auf den betreffenden Punkt der Glasplatte erreicht ist, berührt man das Einstellfernröhrchen nicht mehr, öffnet die Klemmen des Horizontalkreises und des Verticalkreises des Phototheodoliten, und führt den Durchschnittspunkt der Markenlinien auf der Glasplatte, d. h. die optisch-photographische Axe der Camera, durch Drehen um beide Axen des Instrumentes auf das Fadenkreuz des Einstellfernrohres, und liest nach genauer Einstellung mit Hülfe der Mikrometerschrauben der Kreise des Phototheodoliten an diesen Azimut und Höhenwinkel des eingestellten Punktes ab. Hier z. B. bei 30° Neigung das Azimut 19° 40,0′ und den Höhenwinkel 42° 58,9′, welche nahe mit den berechneten Werthen übereinstimmen. Bei Einstellung des Punktes mit den Coordinaten $x = -40\,\text{mm}$ und $y = +40\,\text{mm}$ ergaben sich die Werthe 19° 40,7′ und 42° 59,2′, ebenfalls in genügender Uebereinstimmung. Die Resultate der ganzen Ausmessung sind in Tabelle C enthalten. Aus derselben ersieht man, dass die Höhenwinkel unter sich und mit den berechneten Werthen im Ganzen besser übereinstimmen, wie die Azimute bei grösseren Neigungen. Dies liegt in der Natur der Sache, weil ein kleiner Fehler im Einstellen der Abscisse bei 60° zweimal, bei 70° dreimal so stark auf das Azimut wirkt wie bei Null Grad. Dies wird aus Tabelle C unmittelbar anschaulich, wenn man sieht, wie die Azimutalwinkel, welche der gleichen Abscisse von 40 mm entsprechen, von 14° 43,2′ bei 0° Neigung bis zu 43° 57,4′, d. h. auf ihren dreifachen Werth anwachsen bei 60° Neigung der optischen Axe, bezw. einem Höhenwinkel von 69° 13,1′ des einvisirten Punktes. Ueber 70° Höhenwinkel hinaus wird man aber nur bei verticaler Axe, also horizontaler Platte aufnehmen, bezw. viel einfacher und sicherer auf die durch die Basis gelegte Verticalebene projiciren.

Wie wir noch weiter ausführen werden, ist die Benutzung der linearen Werthe von x und y bei parallel gestellten optischen Axen für Wolkenmessungen einer solchen Winkelbestimmung bei allen Neigungen der optischen Axe vorzuziehen. Die directe Winkelmessung durch das Objectiv soll beim Wolkenphototheodoliten in erster Linie zur leichten und sicheren Prüfung desselben, sowie zur genauen Bestimmung der Bildweite dienen. Die Bildweiten der beiden Instrumente, welche zu correspondirenden Wolkenaufnahmen benutzt werden, müssen ganz gleich sein, bezw. gemacht werden, um Genauigkeit der Messung mit Einfachheit der Rechnung verbinden zu können. Wie die Bildweite gefunden und auf ein bestimmtes Maass gebracht wird durch Ausmessung eines guten

C. Phototheodolit II.

Azimute.

Ausmessung des 5mm Quadratnetzes.

Höhenwinkel.

Ausmessung des 5mm Quadratnetzes.

Neigung der Bildaxe	Punkt x y mm	Azimut	Mittel	Rechnung	$B-R$	Neigung der Bildaxe	Punkt x y mm	Höhenwinkel	Mittel	Rechnung	$B-R$
0^0	$+40$ $+40$ -40 $+40$	$14^0\ 42{,}7'$ $14^0\ 43{,}9'$	$14^0\ 43{,}3'$	$14^0\ 43{,}2'$	$+0{,}1'$	0^0	$+40$ $+40$ -40 $+40$	$14^0\ 15{,}8'$ $14^0\ 16{,}1'$	$14^0\ 16{,}0'$	$14^0\ 15{,}4'$	$+0{,}6'$
10^0	$+40$ $+40$ -40 $+40$	$15^0\ 36{,}7'$ $15^0\ 37{,}9'$	$15^0\ 37{,}3'$	$15^0\ 37{,}7'$	$-0{,}4'$	10^0	$+40$ $+40$ -40 $+40$	$23^0\ 54{,}7'$ $23^0\ 55{,}7'$	$23^0\ 55{,}2'$	$23^0\ 56{,}3'$	$-0{,}9'$
20^0	desgl.	$17^0\ 10{,}0'$ $17^0\ 10{,}8'$	$17^0\ 10{,}4'$	$17^0\ 10{,}7'$	$-0{,}3'$	20^0	desgl.	$33^0\ 30{,}7'$ $33^0\ 30{,}8'$	$33^0\ 30{,}7'$	$33^0\ 30{,}4'$	$+0{,}3'$
30^0	desgl.	$19^0\ 40{,}0'$ $19^0\ 40{,}7'$	$19^0\ 40{,}3'$	$19^0\ 40{,}7'$	$-0{,}4'$	30^0	desgl.	$42^0\ 58{,}9'$ $42^0\ 59{,}2'$	$42^0\ 59{,}1'$	$42^0\ 59{,}9'$	$-0{,}8'$
40^0	desgl.	$23^0\ 43{,}9'$ $23^0\ 44{,}7'$	$23^0\ 44{,}3'$	$23^0\ 44{,}8'$	$-0{,}5'$	40^0	desgl.	$52^0\ 16{,}3'$ $52^0\ 18{,}1'$	$52^0\ 17{,}2'$	$52^0\ 17{,}9'$	$-0{,}7'$
50^0	desgl.	$30^0\ 42{,}7'$ $30^0\ 45{,}0'$	$30^0\ 43{,}9'$	$30^0\ 45{,}2'$	$-1{,}3'$	50^0	desgl.	$61^0\ 11{,}6'$ $61^0\ 11{,}7'$	$61^0\ 11{,}6'$	$61^0\ 12{,}5'$	$-0{,}9'$
60^0	desgl.	$43^0\ 54{,}5'$ $43^0\ 57{,}9'$	$43^0\ 56{,}2'$	$43^0\ 57{,}4'$	$-1{,}2'$	60^0	desgl.	$69^0\ 12{,}3'$ $69^0\ 14{,}1'$	$69^0\ 13{,}2'$	$69^0\ 13{,}1'$	$+0{,}1'$

Quadratnetzes auf Glas wurde eben besprochen. Keine der früher angewandten Methoden ist so leicht und sicher auszuführen, wie diese directe Messung durch das photographische Objectiv hindurch. Weiter kommt die directe Winkelmessung durch das Objectiv bei Wolkenaufnahmen in Betracht, wenn man von mehr als zwei Standpunkten aus gleichzeitig photographiren und messen will; ferner, wenn Aufnahmen gemacht werden sollen, bei welchen die Parallelstellung der optischen Axen normal zur Basis nicht mehr ausreicht wegen der Beschränkung des Gesichtsfeldes, dann bei Blitzaufnahmen in mässigen Höhen und dergl. Wo aber die grösste Genauigkeit der Messung angestrebt werden muss, und das ist im Allgemeinen auch bei correspondirenden Blitzaufnahmen der Fall, da ist die directe Winkelmessung nach Art der Construction I mit fester Camera und beweglichem Einstellfernrohre anzuwenden, denn Phototheodolit I ist durch diese Einrichtung zu einem Präcisionsinstrumente geworden. Der Horizontalkreis hat Ablesemikroskope, welche bei 10″ directer Theilung die einzelnen Secunden durch Schätzung liefern.

Die Ausmessung des bereits erwähnten Potsdamer Glasgitters bei horizontaler optischer Axe in der Hauptbildhorizontalen und der Hauptbildverticalen ergab die in Tabelle D enthaltenen Werthe. Die Winkel wurden vom braunschweigischen Landesvermessungsingenieur Seiffert in je zwei Doppelsätzen gemessen. Die zusammengehörigen Werthe, links-rechts, oben-unten, sowie die beiderseitigen Mittel stimmen bis auf wenige Secunden unter einander überein. Die mit ihnen berechnete Bildweite D wird in beiden Fällen ganz gleich erhalten, nämlich $D = 152{,}34\,\text{mm}$.

Der Tabelle D sind noch einige Zahlen beigefügt, welche aus Sternaufnahmen erhalten wurden. Die vier Sterndistanzen Saturn —α Virginis, sowie die vier Monddistanzen Mond—α Virginis wurden am 7. Mai 1895 zu je zweien auf ein und derselben Platte mit Phototheodolit I aufgenommen in einer Art und Weise, welche gleich näher beschrieben werden soll. Sie zählen von der Mitte der Platte, d. h. dem Durchschnittspunkte ihrer Hauptlinien aus. Die linearen Maasse derselben sind somit die Tangenten der zugehörigen Winkel, welche direct durch das Objectiv der Camera wie oben gemessen wurden.

Die einzelnen Werthe von D weichen hier stärker von einander ab, wie bei der Ausmessung des Glasgitters. Zwei zusammengehörige Werthe ein und derselben Platte stimmen hingegen immer sehr nahe unter einander überein; z. B. giebt die Platte 1 für D übereinstimmend den Werth 152,29 mm, Platte 4 hingegen beide Male 152,35. Dies weist darauf hin, dass die Abweichungen der verschiedenen Platten nicht durch Beobachtungsfehler, sondern durch

D. Phototheodolit I.

In der Hauptbildhorizontalen.

			links	rechts	Mittel	D	g
Mitte	0^0	$0'$	$0''$	$0''$	$0''$		
1 cm	3^0	$45'$	$24''$	$24''$	$24''$	152,30 mm	1
2 cm	7^0	$28'$	$48''$	$44''$	$46''$	152,34 „	2
3 cm	11^0	$8'$	$27''$	$23''$	$25''$	152,34 „	3
4 cm	14^0	$42'$	$42''$	$38''$	$40''$	152,35 „	4

$D = 152{,}34$ mm

In der Hauptbildverticalen.

			oben	unten	Mittel		
Mitte	0^0	$0'$	$0''$	$0''$	$0''$		
1 cm	3^0	$45'$	$20''$	$18''$	$19''$	152,36 mm	1
2 cm	7^0	$28'$	$55''$	$40''$	$48''$	152,33 „	2
3 cm	11^0	$8'$	$31''$	$23''$	$27''$	152,34 „	3
4 cm	14^0	$42'$	$48''$	$38''$	$43''$	152,34 „	4

$D = 152{,}34$ mm

Aus den Sternaufnahmen.

Platte	Saturn—α Virginis		D	Mond—α Virginis		D
	mm		mm	mm		mm
1	31,108	$11^0\,32'\,42{,}5''$	152,29	28,135	$10^0\,28'\,3{,}5''$	152,29
2	31,109	$11^0\,32'\,35''$	152,32	28,7395	$10^0\,41'\,7''$	152,31
3	31,1185	$11^0\,32'\,31{,}5''$	152,39	29,237	$10^0\,51'\,40''$	152,38
4	31,108	$11^0\,32'\,27''$	152,35	29,965	$11^0\;\;7'\,38{,}5''$	152,35
			$D = 152{,}34$			$D = 152{,}33$

Unregelmässigkeiten des Glases bedingt werden, welche bei ein und derselben Platte auf die beiden ihr angehörigen Distanzen gleich wirken. Dies zeigt sich noch auffallender an den vier auf einander folgenden Werthen der Distanz Saturn—α Virginis. Die linearen Werthe zeigen durchaus nicht die regelmässige Abnahme, wie die vier Winkelwerthe. Die Dauer der Aufnahmen betrug etwas mehr als eine Stunde. Nach dem nautischen Jahrbuche nahm die Rectascension des Saturn am 7. Mai stündlich um $10{,}5''$ ab, während seine Declination um $3{,}5''$ zunimmt. Saturn näherte sich demnach dem Sterne α Virginis in einer Stunde um ungefähr $11''$. Diese durch die Eigenbewegung des Saturn bedingte Annäherung an α Virginis und Abnahme ihrer Distanz ist in den Werthen der directen Winkelmessung durch das Objectiv deutlich ausgedrückt, in den linearen Maassen ihrer Distanzen aber nicht, obschon diese linearen Maasse an sich zum Mindesten ebenso genau bestimmt

sind wie jene. Die Unregelmässigkeiten der Glasplatten — letztere bestanden nur aus sogenanntem Spiegelglase, während das oben benutzte Potsdamer Netzgitter auf geschliffenem Glase eincopirt ist — haben wohl auf die lineare Messung, nicht aber auf die Winkelmessung durch das Objectiv der Camera gewirkt, weil die vom Bilde entsandten und aus dem Objective austretenden Strahlen ebenso gegen einander geneigt sein müssen, wie diejenigen eintretenden Strahlen, welche das Bild erzeugten, gleichviel ob die lichtempfindliche Platte vollkommen eben ist oder nicht. In dieser Beziehung erweist sich somit die directe Winkelbestimmung durch das photographische Objectiv der linearen Messung als sehr überlegen.

Die zusammengehörigen linearen Distanzwerthe ein und derselben Platte werden nahe gleichmässig beeinflusst, weil sie nahe von gleicher Grösse sind und auf der Platte gleiche Lage haben. Platte 3 giebt z. B. für beide Distanzen den grössten Werth. Bei der Distanz Saturn—α Virginis ist dies unmittelbar anschaulich. Für die Distanz Mond—α Virginis, welche sich in Folge der Eigenbewegung des Mondes rasch ändert, zeigt es die aus ihr berechnete Brennweite 152,38. Noch deutlicher tritt diese gleichmässige Beeinflussung ein und derselben Platte hervor, wenn man aus den beiden linearen Distanzen und dem Winkelwerthe der einen, z. B. Saturn—α Virginis, den Winkelwerth der anderen, hier Mond—α Virginis ableitet. Diese Rechnung ergiebt:

		Differenz $B-R$
$tang\ 11^0\,32'\,42{,}5'' \times \frac{28{,}135}{31{,}108} = tang\ 10^0\,28'\ \ 3{,}3''$		$+\ 0{,}2''$
$tang\ 11^0\,32'\,35{,}0'' \times \frac{28{,}739_5}{31{,}109} = tang\ 10^0\,41'\ \ 6{,}1''$		$+\ 0{,}9''$
$tang\ 11^0\,32'\,31{,}5'' \times \frac{29{,}237}{31{,}118_5} = tang\ 10^0\,51'\,37{,}4''$		$+\ 2{,}6''$
$tang\ 11^0\,32'\,27{,}0'' \times \frac{29{,}965}{31{,}108} = tang\ 11^0\ \ 7'\,38{,}5''$		$\pm\ 0''$

Die so berechneten Winkelwerthe der Distanz Mond—α Virginis stimmen mit der directen Winkelmessung durch das Objectiv bis auf wenige Secunden überein. Bei einer Brennweite von 152,34 mm entspricht einem Tausendtel des Millimeters ein Winkelwerth von $\frac{0{,}001}{152{,}34}\ 206265'' = 1{,}35''$. Ein hundertel Millimeter lineare Abweichung, wie solche die linearen Werthe verschiedener Platten zeigen, verursacht somit eine Winkelabweichung von 13″ bis 14″. Hiernach muss man auf wenigstens 10″ bis 15″ Abweichung

gefasst sein, wenn man nicht ganz gleichliegende Distanzen auf der Platte linear ausmisst, und aus einer Vergleichsdistanz mit Hülfe der linearen Werthe die gesuchte Distanz berechnet, während die directe Winkelmessung durch das Objectiv auch in diesem Falle richtige Werthe ergiebt. Die benutzten vier Platten waren an den drei Auflagerstellen von der lichtempfindlichen Schicht befreit worden, damit nicht durch eine etwaige Veränderung der Dicke dieser Schicht beim Entwickeln eine Lagenveränderung beim Wiedereinsetzen der Platte in die Camera verursacht werde; auch wurden die Platten durch gleich starke Federn in ganz gleicher Weise gegen die Auflager angedrückt, wie bei der Aufnahme selbst. Sonst wäre die der Eigenbewegung des Saturn entsprechende Abnahme der vier Werthe seiner Winkeldistanz von α Virginis nicht so deutlich hervorgetreten, da eine Veränderung des Abstandes der Platte vom zweiten Hauptpunkte des Objectivs eine gleiche Aenderung der Bildweite, und damit eine Veränderung des Winkelwerthes der Distanz verursacht.

Es können daher die gemessenen Winkeldistanzen nicht ihrem absoluten Werthe nach als bis auf einzelne Secunden genau betrachtet werden, sondern nur relativ, d. h. ihrem gegenseitigen Grössenverhältnisse nach. Schon die Temperaturveränderung erzeugt merkliche Veränderungen des absoluten Winkelwerthes. Ist aber eine der auf ein und derselben Platte vorhandenen zwei Distanzen ihrem absoluten Winkelwerthe nach genau bekannt, so kann auch die andere ihrem absoluten Werthe nach genau ermittelt werden. Dass dies in der That der Fall ist, und zwar auch in Bezug auf Monddistanzen, welche weit schwieriger genau zu messen sind als Sterndistanzen — vorausgesetzt, dass man ein geeignetes Verfahren mit Hülfe des Phototheodoliten anwendet —, werden wir an obigem Beispiele näher ausführen. Wir erhalten damit eine neue und sichere Methode der Ortsbestimmung, namentlich auch der geographischen Länge, sowie einen weiteren Beweis dafür, dass der Phototheodolit ein Präcisionsinstrument geworden ist, welches, richtig angewandt, eine Genauigkeit der Winkelbestimmung auf photogrammetrischem Wege bis auf einzelne Secunden ermöglicht.

IV. Benutzung des Phototheodoliten zur geographischen Ortsbestimmung.

Zur geographischen Längenbestimmung auf Reisen benutzt man die Messung des Winkelabstandes zwischen dem Monde und helleren Fixsternen oder Planeten, da vom Erdmittelpunkte aus

gesehen in Folge der starken Eigenbewegung des Mondes eine bestimmte Monddistanz nur in einem ganz bestimmten absoluten Zeitmomente stattfindet. Die Beobachtung, bezw. Berechnung der Ortszeiten, wann das Eintreten der verlangten Distanz, welche gleichsam als gemeinsam und gleichzeitig wahrnehmbares Signal dient, stattfand, giebt dann unmittelbar den Unterschied der Ortszeiten und damit den Längenunterschied der Beobachtungsstationen. Die Messung der Monddistanzen kann auf zweierlei Weise geschehen; entweder man beobachtet nacheinander den Durchgang des Mondes und des Sternes durch den gleichen Meridian und schliesst aus der Zwischenzeit auf den Abstand beider, oder man misst diesen Abstand direct mit Hülfe des Sextanten, des Prismenkreises, oder eines ähnlichen Reflexionsinstrumentes. Beide Arten der Messung können auch auf photogrammetrischem Wege ausgeführt werden.

So benutzte Runge in Hannover (Zeitschr. für Verm., Jahrgang 1893, Bd. XXII: „Ueber die Bestimmung der geographischen Länge auf photographischem Wege“) eine gewöhnliche Photographencamera und photographirte mit ihr aus derselben Stellung erst den Mond und dann eine Stunde später das Sternbild des Löwen, nachdem dieses in das Gesichtsfeld der inzwischen mit einem schwarzen Tuche verdeckten Camera getreten war. Dr. Schlichter in London (Verhandlungen des X. deutschen Geographentages, Berlin 1893: „Eine neue Präcisionsmethode zur Bestimmung geographischer Längen auf dem festen Lande“) modificirte diese Methode in der Art, dass er Mond und Stern gleichzeitig photographirt und zwar in solcher Stellung der Camera, dass die beiden Bilder zur optisch-photographischen Axe des Instrumentes möglichst symmetrisch liegen, d. h. gleichen Abstand von ihr haben. Zur Vergleichung photographirte er in analoger Weise zwei bekannte hellere Fixsterne, welche annähernd den gleichen Abstand hatten, wie vorher Mond und Stern, und leitete aus der bekannten Sterndistanz und dem Verhältnisse der auf der Platte abgemessenen beiden linearen Distanzen durch Rechnung die gesuchte Monddistanz ab. Die erste Methode leidet an dem Uebelstande, dass jede Lagenveränderung der Camera zu Fehlern führt; sodann ist der Rand des photographischen Mondbildes niemals scharf genug begrenzt, um eine genaue Abmessung zu gestatten. Dies liegt in der Natur der Sache, denn das Bild auf der Platte besteht aus kleinen Silberpartikeln, welche bei stärkerer Vergrösserung einzeln sichtbar werden. Sie häufen sich bei zunehmender Wirkung des Lichtes mehr und mehr an und sind in ihrer Zahl und Dichte abhängig von der Expositionszeit, der Durchsichtigkeit der Luft, der Höhe des Mondes über dem Horizonte etc., weshalb man je nach den wechselnden äusseren Umständen abweichende Resultate erhält.

Noch schlimmer wirkt dieser Uebelstand bei der zweiten Methode wegen der dabei nothwendigen Ueberexposition des Mondes. Um ein deutliches Bild des Sternes zu erhalten, exponirte Dr. Schlichter 15 bis 20 Secunden. Dann ist der Mond überexponirt, und sein Rand ganz unbestimmt und unbestimmbar. Der Mond macht in Folge der täglichen Bewegung der Erde in einer Zeitsecunde rund 15 Bogensecunden, müsste also in $^1/_{15}$ Zeitsecunde ein vollständig scharfes Randbild liefern, wenn eine Lagenbestimmung dieses Randes auf eine Bogensecunde möglich sein soll. Dann ist er aber bei 15 bis 20 Secunden Exposition weit überexponirt, und trotzdem will Dr. Schlichter die Lage des Mondrandes bis auf eine Bogensecunde genau bestimmt haben! Ich erhielt unter den angegebenen Umständen nur ganz unscharfe Mondränder, bei denen eine genauere Abmessung unmöglich war.

Um scharfe Mondränder zu erzielen, versuchte ich zunächst Daueraufnahmen, wie solche bei der Stellarphotographie in der Astronomie gebräuchlich sind. Die Dauer betrug, je nach der Helligkeit des Vergleichssternes, 10 bis 30 Secunden. Das Fernrohr wurde auf einen scharf markirten Mondkrater eingestellt und während der Exposition mit Hülfe der Mikrometerschrauben auf ihm gehalten. Kleinere Schwankungen sind hierbei schwer zu vermeiden, und es gelang mir nicht, in dieser Weise hinreichend scharf begrenzte Mondbilder zu erhalten. Hingegen waren die gleichzeitig erhaltenen Sternbildchen runde Scheibchen, welche sich genau bisectiren lassen.

Die Schwankungen beim Nachführen mit den Mikrometerbewegungen des Horizontal- und des Verticalkreises hatten im Allgemeinen nach allen Richtungen in gleicher Weise stattgefunden und daher die Sternbildchen gleichmässig vergrössert. Die Mitte dieser Bilder war am dunkelsten, weil um sie alle Schwankungen stattgefunden hatten, und liessen sich gut und genau einstellen.

Dies führte mich auf den Gedanken, den Mondrand ganz aus den Messungen zu eliminiren, weil, abgesehen vom Vollmonde, die Schwankungen auf das erzeugte Mondbild nur einseitig wirken. Die optische Axe des Fernrohres und die optisch-photographische Axe der Camera sind beim Phototheodoliten parallel gerichtet. Sollte dies auch nicht ganz genau der Fall sein, bei einer Einstellung des Fernrohres auf denselben Punkt wird das Bild dieses Punktes doch immer auf dieselbe Stelle der lichtempfindlichen Platte fallen, so lange Fernrohr und Camera in ihrer gegenseitigen Lage keine Veränderung erfahren. Stellt man nun im Fernrohre das Fadenkreuz auf den zunächst ruhend gedachten Mond so ein, dass der eine Faden durch die Mondmitte und den Stern geht — durch Drehen des Fernrohres um seine Längsaxe und Benutzung

des seitlich angebrachten Diopters, Fig. 6 a und 6 b —, während der andere den Mondrand berührt, exponirt dann, schliesst die Camera, schlägt Fernrohr mit Camera durch, dreht das Instrument um 180°, stellt von Neuem das Fernrohr genau gleichartig auf den Mond ein und exponirt zum zweiten Male, so erhält man in einer geraden Linie zwei Mond- und zwei Sternbilder, von denen die Mondbilder sich berühren, die Sternbilder aber einen Abstand haben, welcher gleich dem doppelten Werthe der zu messenden Monddistanz ist. Durch das Schwanken beim Nachführen des Fernrohres in seiner Einstellung auf den Mondrand werden die photographirten Mondränder zwar auch hier nicht scharf, aber sie kommen für die Ausmessung der Monddistanz nun nicht mehr in Betracht. Für die Bestimmung des Abstandes der Sternbilder sind ihre Mitten zu benutzen, um welche die Schwankungen beim Nachführen gleichmässig stattgefunden haben, da von demselben Beobachter unter den gleichen Umständen gemessen wurde. Die Expositionszeit kann in weiten Grenzen den Sternaufnahmen angepasst und so gewählt werden, dass auch weniger helle Sterne sich deutlich abbilden; ferner kann man das Objectiv der Camera stark abblenden, um auch in grösserem Abstande von der Mitte des Gesichtsfeldes scharfe Bilder zu erzielen. Da die Sternbilder immer nahe auf demselben Punkte der lichtempfindlichen Platte gehalten werden, so bilden sie sich dort viel kräftiger ab, als wie dies bei ruhender Camera in Folge der Bewegung des Sternbildes der Fall sein würde. — Um den absoluten Winkelwerth der auf der Platte gemessenen linearen Sternabstände zu erhalten, macht man auf derselben Platte eine Aufnahme bekannter Vergleichssterne von passendem Winkelabstande, am besten derart, dass die Monddistanz-Sterne zwischen sie eingeschaltet werden. Da beide Distanzlinien durch die Mitte des Bildes gehen, verhalten sich die linearen Abstände direct wie die Tangenten der Winkelabstände, und ist die Rechnung sehr einfach.

Zur Erhöhung der Genauigkeit können auf derselben Platte eine grössere Anzahl von Aufnahmen beider Art vereinigt werden, entweder durch Benutzung der seitlichen Fäden des Fadenkreuzes, oder eine kleine Drehung der Camera nach jeder Aufnahme einer Doppeldistanz. — Die Linie Mond—Stern ändert ihre Lage am Himmel in Folge der Erdrotation und der Bewegung des Mondes. Eine einfache Rechnung zeigt, dass bei nicht zu kleinen Distanzen eine Drehung dieser Linie um 1° bis 2° noch keine Secunde Fehler verursachen, sowie dass einige Minuten Zwischenzeit zwischen den zusammengehörigen Beobachtungen ohne Einfluss sind, und dass die Einstellung des Fadenkreuzes mit Hülfe des Diopters auf 1° bis 2° genau genug ist. — Das Nachführen des Fernrohres ist bei parallaktischer Montirung wesentlich leichter und genauer aus-

zuführen, wie beim Theodoliten; bei speciellen Instrumenten für Ortsbestimmungen kann eine entsprechende Modification des Phototheodoliten vortheilhafte Verwerthung finden.

Um die im Vorstehenden angegebene photogrammetrische Methode der geographischen Längenbestimmung praktisch auf ihre Genauigkeit und Verwendbarkeit zu prüfen, wurden nach einigen vorbereitenden Versuchen, unter anderen am 7. Mai 1895, die bereits mitgetheilten vier Aufnahmen gemacht. Auf jeder Platte befanden sich je drei Monddistanzen und drei Vergleichsdistanzen, Mond—α Virginis und Saturn—α Virginis. Die Ausmessung der Platten geschah zweimal. Das erste Mal in Braunschweig mit Benutzung der Längentheilmaschine des Mechanikers unseres Polytechnicums, O. Günther, von diesem und mir, das zweite Mal durch Dr. Schwassmann, Assistenten des astrophysikalischen Observatoriums auf dem Telegraphenberge bei Potsdam, unter Benutzung der Apparate dieses Institutes mit Genehmigung seines Directors, Geheimrath Prof. Dr. H. C. Vogel. Die beiderseitig von verschiedenen Beobachtern mit ganz verschiedenen Apparaten vorgenommenen Längenbestimmungen weichen nur in den Tausendsteln des Millimeters von einander ab. Ein Tausendstel des Millimeters entspricht bei einer Brennweite von 152 mm einem Winkelwerthe von $\frac{206265}{152000} = 1{,}3''$.

Hiermit war zunächst die Möglichkeit erwiesen, mit dem Phototheodoliten in der angegebenen Art und Weise Sterndistanzen aufzunehmen, welche sich hinreichend frei von subjectiver Auffassung genau ausmessen lassen. In die für die photographische Aufnahme der neuen Himmelskarte benutzten Trockenplatten wird, wie bereits früher bemerkt, zur Vermeidung von Fehlern, welche aus einer Verziehung der lichtempfindlichen Schicht beim Entwickeln der Bilder hervorgehen könnten, die aber nach den vorliegenden Erfahrungen bei Gelatineplatten jedenfalls sehr gering sind, vor dem Gebrauche ein genau ausgemessenes Quadratnetz bei parallel auffallendem Lichte eincopirt, dessen Seiten einen Abstand von 5 mm haben, und auf welches alle Abmessungen bezogen werden. Die Originalgitter werden angefertigt von Gautier in Paris, und zwar in vorzüglicher Ausführung. So ergab die Ausmessung des gegenwärtig in Potsdam benutzten Gitters nach Mittheilung des Herrn Prof. Dr. Scheiner eine Genauigkeit der Eintheilung bis auf Tausendstel des Millimeters, so dass es als fehlerfrei betrachtet werden kann. Die Vergleichung einiger Copien dieses Gitters, welche ich Herrn Professor Dr. Scheiner verdanke, mit der in Braunschweig zur Ausmessung der Monddistanzen benutzten Mikrometerschraube ergab im Mittel aus je 18 Doppelmessungen:

1 Schraubenmillimeter = 1,00036 Gittermillimeter
38
30
34
1,00035

Dieser Reductionsfactor wurde zum Vergleiche der Potsdamer mit den Braunschweiger Messungen benutzt, worauf die in der folgenden Tabelle mitgetheilten linearen Abstände erhalten wurden, denen die Ergebnisse der directen Winkelmessung durch das Objectiv, sowie die Mittel der Beobachtungszeiten nach mittlerer Braunschweiger Zeit beigefügt sind. Die geodätische Sammlung des Braunschweiger Polytechnicums besitzt zwei gute Pendeluhren von Tiede und Denker, sowie ein auf zwei fest fundirten Steinpfeilern montirtes Passageinstrument mit vierzölligem Objective. Eine am 7. Mai aus dem Meridiandurchgange der Sonne, sowie von α Geminorum und β Geminorum abgeleitete Zeitbestimmung ergab als Uhrcorrection des benutzten Chronometers nach mittlerer Zeit

$$M - U = -15{,}9^s$$
$$-15{,}7$$
$$-15{,}8$$

7. Mai $M - U = -15{,}8^s$

und in gleicher Weise am

8. Mai $M - U = -16{,}8^s$.

Hiernach wurde die Uhrcorrection für die Beobachtungszeit am 7. Mai, 9^h — 11^h Abends als ausreichend genau zu

$$M - U = -16{,}0^s$$

angenommen.

Die Expositionsdauer betrug jedesmal bei kleiner Blende 20^s. Es ist vortheilhafter stark abzublenden und länger zu exponiren, als umgekehrt, weil die Sternbildchen aus leicht einzusehenden Gründen dann regelmässiger werden. Wegen Rücksichtnahme auf die Höhen- bezw. auf die Distanzänderung durch die Refraction wurden der Barometerstand und die Lufttemperatur bestimmt. Es war $B_0 = 762{,}5$ mm, bezw. $t = 13^0$ C.

Platte I, 7. Mai 1895.

1) Saturn—α Virginis.

Braunschweig			Potsdam	$B - P$	Mittel	Winkelmessung
gemessen	Reduction	reducirt	gemessen	Differenz		
62,237	— 0,022	62,215	62,216	— 0,001	$62{,}215_5$	$23^0\,5'\,23''$
62,235	— 0,022	62,213	62,212	+ 0,001	$62{,}212_5$	$23^0\,5'\,22''$
62,241	— 0,022	62,219	62,221	— 0,002	$62{,}220_0$	$23^0\,5'\,30''$
					$62{,}216_0$	$23^0\,5'\,25''$
		M. Z. = $9^h\,45^m\,9{,}8^s$			31,108	$11^0\,32'\,42{,}5''$

2) Mond—α Virginis.

56,245	— 0,020	56,225	56,227	— 0,002	$56{,}226_0$	$20^0\,55'\,\,9''$
56,297	— 0,020	56,277	56,274	+ 0,003	$56{,}275_5$	$20^0\,56'\,16''$
56,328	— 0,020	56,308	56,308	+ 0,000	$56{,}308_0$	$20^0\,56'\,57''$
					$56{,}270_0$	$20^0\,56'\,\,7''$
		M. Z. = $9^h\,32^m\,39{,}2^s$			28,135	$10^0\,28'\,3{,}5''$

Platte II, 7. Mai 1895.

1) Saturn—α Virginis.

Braunschweig			Potsdam	$B - P$	Mittel	Winkelmessung
gemessen	Reduction	reducirt	gemessen	Differenz		
62,241	— 0,022	62,219	62,213	+ 0,006	62,216	$23^0\,5'\,\,9''$
62,240	— 0,022	62,218	62,214	+ 0,004	62,216	$23^0\,5'\,\,7''$
62,248	— 0,022	62,226	62,221	+ 0,005	$62{,}223_5$	$23^0\,5'\,13''$
					62,218	$23^0\,5'\,10''$
		M. Z. = $10^h\,11^m\,23{,}5^s$			31,109	$11^0\,32'\,35''$

2) Mond—α Virginis.

57,466	— 0,020	57,446	57,448	— 0,002	57,447	$21^0\,21'\,29''$
57,502	— 0,020	57,482	57,484	— 0,002	57,483	$21^0\,22'\,23''$
57,528	— 0,020	57,508	57,508	0	57,508	$21^0\,22'\,52''$
					57,479	$21^0\,22'\,14{,}5''$
		M. Z. = $10^h\,1^m\,22{,}3^s$			$28{,}739_5$	$10^0\,41'\,\,7''$

Platte III, 7. Mai 1895.

1) Saturn—α Virginis.

Braunschweig gemessen	Reduction	reducirt	Potsdam gemessen	$B - P$ Differenz	Mittel	Winkelmessung
62,261	— 0,022	62,239	62,239	0	62,239	$23^0\ 5'\ 8''$
62,256	— 0,022	62,234	62,233	+ 0,001	62,2335	$23^0\ 4'\ 52''$
62,260	— 0,022	62,238	62,239	— 0,001	62,2385	$23^0\ 5'\ 9''$
					62,237	$23^0\ 5'\ 3''$
			M. Z. = $10^h\ 33^m\ 48{,}8^s$		31,1185	$11^0\ 32'\ 31{,}5''$

2) Mond—α Virginis.

58,471	— 0,020	58,451	58,443	+ 0,008	58,447	$21^0\ 42'\ 49''$
58,497	— 0,020	58,477	58,470	+ 0,007	58,4735	$21^0\ 43'\ 15''$
58,527	— 0,020	58,507	58,495	+ 0,012	58,501	$21^0\ 43'\ 55''$
					58,474	$21^0\ 43'\ 19{,}5''$
			M. Z. = $10^h\ 24^m\ 22{,}2^s$		29,237	$10^0\ 51'\ 40''$

Platte IV, 7. Mai 1895.

1) Saturn—α Virginis.

Braunschweig gemessen	Reduction	reducirt	Potsdam gemessen	$B - P$ Differenz	Mittel	Winkelmessung
62,241	— 0,022	62,219	62,221	— 0,002	62,220	$23^0\ 4'\ 59''$
62,233	— 0,022	62,211	62,210	+ 0,001	62,2105	$23^0\ 4'\ 45''$
62,238	— 0,022	62,216	62,219	— 0,003	62,2175	$23^0\ 4'\ 57''$
					62,216	$23^0\ 4'\ 54''$
			M. Z. = $10^h\ 48^m\ 7{,}8^s$		31,108	$11^0\ 32'\ 27''$

2) Mond—α Virginis.

59,922	— 0,021	59,901	59,898	+ 0,003	59,8995	$22^0\ 14'\ 40''$
59,954	— 0,021	39,933	59,928	+ 0,005	59,9305	$22^0\ 15'\ 12''$
59,983	— 0,021	59,962	59,958	+ 0,004	59,960	$22^0\ 15'\ 58''$
					59,930	$22^0\ 15'\ 17''$
			M. Z. = $11^h\ 0^m\ 8{,}8^s$		29,965	$11^0\ 7'\ 38{,}5''$

Die Rechnung ergab als

Resultat.

Vergleichsdistanz.

Saturn—α Virginis.

Platte	Brw. M. Zeit	berechnet	direct gemessen	Diff. $R-B$
1	$9^h\ 45^m\ 9{,}8^s$	$11^0\ 33'\ 38''$	$11^0\ 32'\ 43''$	$+\ 55''$
2	$10^h\ 11^m\ 23{,}5^s$	$11^0\ 33'\ 33''$	$11^0\ 32'\ 35''$	$+\ 58''$
3	$10^h\ 33^m\ 48{,}8^s$	$11^0\ 33'\ 29''$	$11^0\ 32'\ 32''$	$+\ 57''$
4	$10^h\ 48^m\ 7{,}8^s$	$11^0\ 33'\ 26''$	$11^0\ 32'\ 27''$	$+\ 59''$

Monddistanz.

Mond—α Virginis.

Platte	Brw. M. Zeit	berechnet	gemessen	Diff. $R-B$
1	$9^h\ 32^m\ 39{,}2^s$	$10^0\ 28'\ 43''$	$10^0\ 28'\ 53''$	$-\ 10''$
2	$10^h\ 1^m\ 22{,}3^s$	$10^0\ 42'\ 1''$	$10^0\ 42'\ 0''$	$+\ 1''$
3	$10^h\ 24^m\ 22{,}2^s$	$10^0\ 52'\ 31''$	$10^0\ 52'\ 33''$	$-\ 2''$
4	$11^h\ 0^m\ 8{,}8^s$	$11^0\ 8'\ 40''$	$11^0\ 8'\ 34''$	$+\ 6''$
				Mittel $=-\ 1{,}3''$

Die Mittel der nach dem Jahrbuch berechneten und der aus den photogrammetrischen Aufnahmen direct abgeleiteten Monddistanzen stimmen bis auf $1{,}3''$ überein, entsprechend 2,8 Zeitsecunden, um welche die geographische Längenbestimmung vom wahren Werthe abweicht. Die Abweichungen der vier Monddistanzen vom Sollwerthe sind grösser wie die bei den Sterndistanzen Saturn—α Virginis, wenn man bei diesen von der constanten Correction von im Mittel $+\ 57''$ absieht. Diese Correction wurde dadurch veranlasst, dass zwischen den Aufnahmen im Mai 1895 und den Winkelmessungen durch das Objectiv der Camera im September 1895 der Phototheodolit eine Veränderung wegen seiner Benutzung bei den Vorarbeiten für die Jungfraubahn erleiden musste, bei welcher eine Vergrösserung seiner Bildweite um circa 0,2 mm vorgekommen ist.

Der mittlere Fehler einer Monddistanzbestimmung aus den Aufnahmen mit einer Platte wird

$$m = \pm\sqrt{\frac{141}{4}} = \pm\sqrt{35{,}2} = \pm\ 6'',$$

und des Mittels aus allen vier Messungen somit $\pm\ 3''$.

Werthvoll ist, dass die Abweichungen von den wahren Distanzen sowohl positiv wie negativ werden, wonach einseitig wirkende Fehler ausgeschlossen sind und eine Vermehrung der Beobachtungen zu immer genaueren Resultaten führen muss.

Die Hauptfehlerquelle liegt meiner Ansicht nach im Einstellen und Halten des Mondrandes in der Mitte des Gesichtsfeldes. Es gelang mir viel besser, einen Stern am Faden, bezw. zwischen zwei Parallelfäden, genau in der Mitte zu halten, als den Rand des Mondes. Benutzt man bei letzterem nur einen Verticalfaden, so begeht man bei der scheinbaren Berührung leicht constante Fehler; stellt man den Mondrand in die Mitte zwischen zwei Fäden, so muss das Gesichtsfeld sehr hell erleuchtet sein, um keine Fehler beim Abschätzen der Mitte zu begehen. Das benutzte Fernrohr hat 30malige Vergrösserung und giebt scharfe Bilder. Dies ist naturgemäss von wesentlicher Bedeutung. Wichtig ist, dass man sich gewöhnt, beide Mikrometerschrauben stets nur in demselben Sinne zu drehen, d. h. der Bewegung des Mondes immer zu folgen. Dreht man einmal zu weit und geht dann zurück, so kommt man leicht ins Schwanken. Besser ist es in einem solchen Falle zu warten, bis der Mondrand die Mitte wieder erreicht hat und dann wieder gleichmässig zu folgen. Ja, man kann den begangenen Fehler durch absichtliche Begehung des entgegengesetzten dann auszugleichen suchen, so dass alle Schwankungen thunlichst gleichmässig um die Mitte stattfinden. Für längere Dauer würde sich ein Nachführen mit der Azimutal- und Höhenbewegung nur schwer genau ausführen lassen, aber 20^s bis 30^s lang kann man die ganze Aufmerksamkeit auf dasselbe concentriren und symmetrisch geformte Sternbildchen erzielen, zumal wenn man so klein abblendet, dass Schwankungen von kürzerer Dauer nicht zur Geltung kommen können in ihrem Einflusse auf die lichtempfindliche Platte und die Form des Sternbildchens. Wir haben es am vortheilhaftesten gefunden, zunächst bei geschlossenem photographischen Objective einige Zeit hindurch den Mondrand in der Mitte zu halten. Gelang dies gerade recht gut, so öffnete ein Gehülfe auf ein gegebenes Zeichen das photographische Objectiv und schloss dasselbe nach 20^s wieder. Eine nicht gut gelungene Beobachtung wurde direct verworfen und durch eine bessere ersetzt, was ohne nennenswerthen Zeitverlust geschehen kann.

Ich habe auch versucht, die Dauerbeobachtung durch eine Antrittsbeobachtung zu ersetzen. Oeffnet man das Objectiv der Camera beim Antritt des Mondrandes an den einen der beiden Parallelfäden der Mitte des Fadenkreuzes und schliesst, wenn er den zweiten erreicht hat, so macht der Stern einen Strich auf der Platte, dessen Mitte der Stellung des Mondrandes in der Mitte beider Fäden entspricht. Wiederholt man die gleiche Operation bei durchgeschlagenem Fernrohre, so entspricht der Abstand der Mitten beider kleinen Sterntracen der doppelten Monddistanz, wie bei der Dauerbeobachtung. Derartige Antrittsbeobach-

tungen gaben aber weniger gute Resultate, wie die Dauerbeobachtungen, namentlich wenn der Mond schief durch die Fäden ging. Aber man wird auch bei ihnen frei vom Mondrande und seiner Unschärfe im Bilde.

Die eine wie die andere Beobachtungsart verlangen einige Kenntniss und Uebung im Gebrauche des Theodoliten, sowie der in Betracht kommenden Messungen überhaupt. Diese sind unschwer zu erlernen, wie wir genugsam in unserer Thätigkeit als Professor der Geodäsie zu erfahren Gelegenheit hatten. Von der Vorstellung, dass man mit Hülfe der Photogrammetrie ohne diese Vorbedingung genaue Resultate erzielen kann, wird man um so mehr zurückkommen, je eingehender man sich mit ihr beschäftigt.

Aehnlich wie den geographischen Längenunterschied durch Mond- und Sterndistanzen, kann man auch die geographische Breite, bezw. die Polhöhe auf photogrammetrischem Wege bestimmen. Die Polhöhe lässt sich aber im Allgemeinen durch directe Messung von Zenithdistanzen hinreichend genau ermitteln. Ueberall, wo eine directe Messung unschwer zum Ziele führt, wird man dieser, nicht aber der Photogrammetrie den Vorzug geben. Die genauesten Bestimmungen der Polhöhe werden durch nahe gleiche Meridianzenithdistanzen zu beiden Seiten des Zeniths erhalten. Es gehört hierzu eine sehr empfindliche Libelle in der Kippebene des Fernrohres. Um mit dem Phototheodoliten auch solche Messungen ausführen zu können, ist ausser der Reiterlibelle und der Libelle des Höhenkreises noch eine viel empfindlichere Libelle an dem einen Träger des Fernrohraxenlagers angebracht.

Nach Einstellung des Fernrohres in den Meridian klemmt man dies und die Camera in passender Zenithdistanz fest, lässt z. B. einen Nordstern beim Meridiandurchgange seine Bahn auf die lichtempfindliche Platte einzeichnen, und möglichst bald nachher den entsprechenden Südstern nach vorheriger Drehung des Instrumentes um 180^0. Der Abstand beider Sternbahnen wird in ganz analoger Weise durch das Objectiv der Camera direct als Winkeldistanz ausgemessen, wie dies bei Besprechung der Monddistanzen eingehender beschrieben wurde. Ebenso wie dort benutzt man Vergleichsdistanzen zur Bestimmung absoluter Werthe.

Für den vorliegenden Zweck dürfte nach dem Vorigen diese Bemerkung genügen, um darzuthun, dass der Phototheodolit für geographische Ortsbestimmungen vortheilhaft verwandt werden kann, und dass man mit ihm eine Genauigkeit sowohl der Längen-, wie der Breitenbestimmung bis auf einzelne Secunden erreicht, welche sich durch Vermehrung der Beobachtungen unter passender Combination und Auswahl derselben entsprechend steigern lässt.

Was den Plattenwechsel anbetrifft, so kann hierzu der leere

Instrumentenkasten als Wechselkasten direct benutzt werden. Nach Einlegen der Camera in denselben schliesst man ihn lichtdicht ab mit Hülfe der Lederdeckel, Fig. 6 c, und operirt in seinem Inneren mit den Händen, über welche die lichtdichten Ueberzüge gezogen sind, wie in jedem anderen Wechselkasten. Diese Einrichtung hat sich bei den Vorarbeiten für die Jungfraubahn trotz der Terrainschwierigkeiten durchaus bewährt. Auf Wolkenstationen kann man sich einen derartigen Wechselkasten in hinreichend grosser und bequemer Form leicht stationär aufstellen.

Aus Vorstehendem folgt, dass auch bei correspondirenden Blitzaufnahmen, da die Blitzphotogramme scharf begrenzte Bilder liefern, sich genaue und werthvolle Messungen und Resultate mit dem Phototheodoliten erzielen lassen.

Aber auch bei der photogrammetrischen Aufnahme der Wolken muss, wie wir hier gleich vorausschicken wollen und im Folgenden näher begründen werden, die grösste erreichbare Genauigkeit angestrebt werden, wenn hinreichend zuverlässige und brauchbare Resultate erzielt werden sollen. Für die Ergebnisse der Photogrammetrie im internationalen Wolkenjahre würde ein Verkennen dieser Grundbedingung jeder wissenschaftlichen Messung einen Misserfolg in sich schliessen.

Bevor wir hierauf näher eingehen, ist es nothwendig, die zu benutzenden photographischen Objective etwas näher zu betrachten.

V. Die photographischen Objective.

Die Anforderungen, welche an die Eigenschaften und die Leistungen eines photographischen Objectives gestellt werden, sind wesentlich andere und vielseitigere, wie beim Fernrohrobjective für optische Zwecke. Das Gesichtsfeld beträgt bei letzterem meist noch nicht einen Grad und wird zudem nicht voll, sondern fast nur in der Mitte benutzt. Das photographische Objectiv soll hingegen innerhalb eines möglichst grossen Gesichtsfeldes scharfe, helle, gleichmässig beleuchtete, ebene und geometrisch richtige Bilder liefern. Wie schwer diese Bedingungen in genügendem Umfange gleichzeitig zu erfüllen sind, geht wohl deutlich genug daraus hervor, dass zu den photogrammetrischen Aufnahmen der neuen Himmelskarte photographische Objective von 34 cm Oeffnung und 3,438 m Brennweite, aber mit einem brauchbaren Gesichtsfelde von nur vier Graden benutzt werden, und dass es dem Optiker Steinheil als besonderes Verdienst angerechnet wird, innerhalb dieses

Gesichtsfeldes von vier Quadratgraden symmetrische Sternbilder erzielt zu haben der Art, dass der Punkt der grössten Schwärzung stets genau in der Mitte des Sternbildchens liegt. Dies ist aber für die genaue Ausmessung der Sterndistanzen eine nothwendige Bedingung, da man sonst nicht genau entscheiden kann, ob und wann auf die Mitte oder die grösste Schwärzung im Bilde einzustellen ist, und daher verschiedene Resultate bei der Ausmessung erhalten werden würden, je nach der Expositionszeit, der Entwickelung, dem Beobachter u. s. w.

Mit einer Beschränkung des Gesichtsfeldes auf nur 4° wird man bei den hier in Betracht kommenden Aufnahmen sich nicht begnügen können. Da hier bei kleinerer Brennweite eine geringere Genauigkeit verlangt wird, kann der brauchbare Bildfeldwinkel entsprechend grösser genommen werden, nach unseren Erfahrungen bis zu 30° bis 40° bei guten Objectiven. Als allgemein gültig angenommene Eigenschaft symmetrischer Objectivconstructionen gilt vielfach, sie zeichnen perspectivisch richtige Bilder, frei von Verzerrungen. Das ist aber nur nahe genug richtig für den mittleren Theil des Gesichtsfeldes, d. h. kleine Bildfeldwinkel. Bei zunehmender Neigung der das Bild erzeugenden Strahlen gegen die optische Axe des Systems tritt eine Wanderung der Hauptpunkte, d. h. eine Veränderung der Brennweite ein. Für eine der besten Objectivconstructionen, das Voigtländer'sche Collinear II³, ergab die Rechnung laut Mittheilung dieser optischen Werkstatt für die Entfernung der beiden Hauptpunkte, welche symmetrisch zur Mitte des Systems liegen, und von deren einem aus gesehen die Gegenstände unter dem gleichen Gesichtswinkel erscheinen, wie vom anderen ihre Bilder.

Collinear II³, 24,5 mm Oeffnung und 150 mm Brennweite.

Neigung des einfallenden Strahles gegen die optische Axe	Abstand der Hauptpunkte von der Mitte des Systems
0°	2,51 mm
21° 7′	2,43 „
30° 34′	2,22 „
35° 19′	1,97 „
39° 39′	1,53 „

Die Hauptpunkte nähern sich somit einander bei zunehmender Neigung der Bildstrahlen gegen die optische Axe, zunächst langsam, dann immer rascher. Bei rund 40° Neigung ist die Brennweite nahezu um 1 mm grösser als bei 0°, d. h. in der optischen Axe selbst. Unsere praktischen Versuche durch Photographiren bekannter Winkeldistanzen bestätigten obige Rechnungsergebnisse. Alle Objec-

tive der verschiedensten Constructionen zeigen ein analoges Verhalten, d. h. eine Veränderung der Brennweite bei wachsendem Bildfeldwinkel.

Der Grund dieser Erscheinung liegt darin, dass es dem Optiker um so weniger möglich ist, die Bildfehler, welche durch die sphärische und chromatische Abweichung verursacht werden, zu compensiren, je grösser die Neigung der das Bild erzeugenden Strahlen gegen die optische Axe des Linsensystems wird. Die dioptrische Grundgleichung, welche die Beziehungen zwischen Gegenstand, Bild und Brennweite feststellt, gilt nur unter der Voraussetzung, dass die durch das Objectiv gehenden Lichtstrahlen gegen die optische Axe so geringe Neigung haben, dass für diese kleinen Neigungswinkel die Bogen statt der Sinus und Tangenten eingeführt, sowie dass ihr Cosinus gleich der Einheit gesetzt werden kann. Die gleiche Bedingung wird gestellt in Bezug auf diejenigen Winkel, welche die Krümmungsradien der Linsen nach den Schnittpunkten der Strahlen mit den brechenden Flächen gezogen, mit der optischen Axe einschliessen; und drittens wird nur Licht von gleicher Brechbarkeit, d. h. einfarbiges Licht vorausgesetzt.

Ein wirkliches photographisches Objectivsystem wird von einem solchen „idealen“ Linsensysteme um so mehr abweichen, je grösser die eben besprochenen Neigungswinkel mit der optischen Axe sind. Um so grösser werden dann die durch die sphärische und chromatische Abweichung verursachten Fehler, welche der Optiker durch passende Wahl der Flächenkrümmungen, Glassorten, Linsendicken und -abstände zu beseitigen bestrebt ist. Dies gelingt aber nur mit einer gewissen Annäherung, und eine Beseitigung des einen Fehlers kann meist nur auf Kosten geringerer Einschränkung eines anderen geschehen. Der Weg, welcher zur Kenntniss der Eigenschaften des Bildes führt, verlangt eine genaue Verfolgung der bilderzeugenden Strahlen bei ihrer Brechung durch alle einzelnen Linsenflächen des Systemes bis zum Schnitte mit der optischen Axe bezw. unter sich. Nur der centrale Theil eines photographischen Linsensystems ist mit dem idealen Linsensystem direct vergleichbar für eine bestimmte Farbe. Die Brennweite dieses centralen Theiles, d. h. der Abstand der Brennebenen von den Hauptpunkten ist die „wahre“ Brennweite des Systemes. Sollen nun Randstrahlen, wie zur Axe geneigt einfallende Strahlen so gebrochen werden, dass sie ebenfalls aus dem zweiten Hauptpunkte zu kommen scheinen, damit für alle nur eine Brennweite und keine Bildverzerrung vorhanden ist, so muss die „Sinusbedingung“ erfüllt sein, d. h. es muss das Verhältniss der Sinus der Einfallswinkel zu dem entsprechenden Sinus der Austrittswinkel für alle Strahlen dasselbe sein; denn da die Brechung nach dem Sinussatze erfolgt, so durch-

laufen dann alle Strahlen das Linsensystem symmetrisch. Diese Sinusbedingung ist bei dem Steinheil'schen Objective für den Potsdamer Refractor bis zu 2^0 Neigung der Strahlen gegen die optische Axe erfüllt. Bei zunehmender Grösse des Gesichtsfeldes wachsen die durch Kugelgestalt der brechenden Flächen und die Farbenabweichung verursachten Fehler sehr rasch. Durch beide können Verschiebungen der Hauptpunkte veranlasst werden, wenn die Brechung nicht so geschieht, dass die ausgetretenen Strahlen rückwärts verlängert vom Hauptpunkte der „wahren" Brennweite zu kommen scheinen. Der vom Optiker zu beseitigenden Abweichungen und Fehler sind viele, und für die gewöhnlichen Anwendungen der Photographie sind scharfe und helle Bilder viel wichtiger als thunlichste Beseitigung jeder Verzerrung. Diese letztere ist im Allgemeinen nur für den centralen Theil des Bildes nahe beseitigt, nimmt aber gegen den Rand des Gesichtsfeldes rasch zu. Die Aenderung der Brennweite wächst z. B. beim Collinear nahe mit der dritten Potenz der Neigung der Strahlen gegen die Axe.

Bei jedem photographischen Linsensysteme muss auf empirischem Wege untersucht werden, inwieweit alle dasselbe durchsetzenden Strahlen den für das ideale System aufgestellten Gesetzen entsprechen. Da die Linsen sphärisch gekrümmte Flächen haben, weil sie sich nicht anders schleifen lassen, und da das System centrirt ist, d. h. alle Krümmungs-Mittelpunkte auf ein und derselben Geraden, der Axe des Systemes, liegen, so genügt eine passende Auswahl und Durchrechnung einiger Strahlen für den ganzen das Bild erzeugenden Strahlencomplex. Für diese ausgewählten Strahlen wird ihr Weg durch das Linsensystem von Fläche zu Fläche bis zum Austritte und Schnitte mit der Axe bezw. unter sich durch trigonometrische Berechnung der Brechungswinkel nach dem jedesmaligen Einfallswinkel, dem Radius der Linsenkrümmung, dem Brechungsexponenten, welcher mit der Farbe der Strahlen und der Glasdichte wechselt u. s. w., genau verfolgt. Zur Erkennung bezw. Aufhebung des Farbenfehlers werden zwei verschiedenfarbige Strahlen berechnet. Für die Fernrohrobjective, d. h. die zu rein optischen, nicht auch photographischen Zwecken dienenden Objective wählt man einen Strahl von der Brechbarkeit der Sonnenspectrumlinie D, und einen stärker brechbaren Strahl, entsprechend der Linie F. Für photographische Objective hingegen, für welche die chemisch wirksamen Strahlen in erster Linie in Betracht kommen, wählt man Strahlen von der Brechbarkeit der Linien G und H.

Als Strahlen für die Rechnung und Prüfung der Bilder werden im Ganzen sechs Strahlen angewandt, zwei für einen Bildpunkt in der optischen Axe, parallel dieser Axe auffallend, der eine nahe

der Axe, ein „Axenstrahl“, der zweite weiter von ihr entfernt, ein „Randstrahl“; für einen zweiten, seitwärts der Axe gelegenen Bildpunkt eines ebenfalls unendlich entfernt angenommenen Objectpunktes werden vier Strahlen gerechnet, ein Hauptstrahl, welcher ungebrochen durch das System geht, zwei auf verschiedenen Seiten desselben in einer Ebene mit ihm und der optischen Axe gelegene und von ihm gleich weit abstehende Randstrahlen, sowie ein dritter Randstrahl, welcher in der Mitte zwischen jenen beiden liegt, also z. B. neben dem Hauptstrahle, wenn die anderen beiden Randstrahlen über und unter dem Hauptstrahle genommen wurden. Der Weg dieser sechs Strahlen ist genau zu verfolgen. Der erste, der „Axenstrahl“, wird bei der ersten Brechung in seine Farben zerlegt, ebenso der zweite, der der Axe parallele Randstrahl. Für jeden derselben muss der Weg der zweifarbigen Strahlen nach der oben getroffenen Auswahl der Spectrumlinien durch das ganze Linsensystem rechnerisch festgestellt werden. Für die zweifarbigen Strahlen des Axenstrahles wird verlangt, dass sie gleiche Schnitte mit der Axe ergeben, damit der Farbenfehler aufgehoben wird, ferner, dass sie die wahre Brennweite ergeben. Für die beiden Farben des Randstrahles, dass sie unter sich derselben Bedingung genügen, dann aber auch, dass sie den durch die Axenstrahlen bereits bestimmten Brenn- und Hauptpunkten ebenfalls genügen, d. h. dass keine sphärische Abweichung und keine Verzerrung für die Randstrahlen stattfindet.

Von den vier gegen die Axe geneigten Strahlen, welche den Bildpunkt neben ihr bestimmen, soll zunächst der Hauptstrahl so durch das System gehen, dass er nach seinem Austritte vom zweiten Hauptpunkte zu kommen scheint. Sodann müssen die drei Randstrahlen sich auf ihm alle in einem Punkte schneiden, und zwar in einer Entfernung vom zweiten Hauptpunkte, welche gleich der wahren Brennweite ist. Die Vereinigung aller drei Strahlen in einem und demselben Punkte bedingt die Schärfe des Bildes, der Abstand dieser Vereinigung vom Hauptpunkte die Brennweite. Wie wir bereits gesehen haben, ist die Lage des Hauptpunktes eine andere je nach der Neigung der Hauptstrahlen gegen die optische Axe bei allen Linsensystemen mit grösserem Bildwinkel, somit die Verzerrung nicht gehoben. Diese Verzerrung, d. h. die Wanderung der Hauptpunkte bei zunehmender Neigung der Hauptstrahlen gegen die optische Axe, kann im einen oder anderen Sinne stattfinden, d. h. die Hauptpunkte können bei zunehmender Neigung sich einander nähern oder von einander entfernen. Im einen Falle ist das Objectivsystem in Bezug auf die Verzerrung übercompensirt, im anderen untercompensirt.

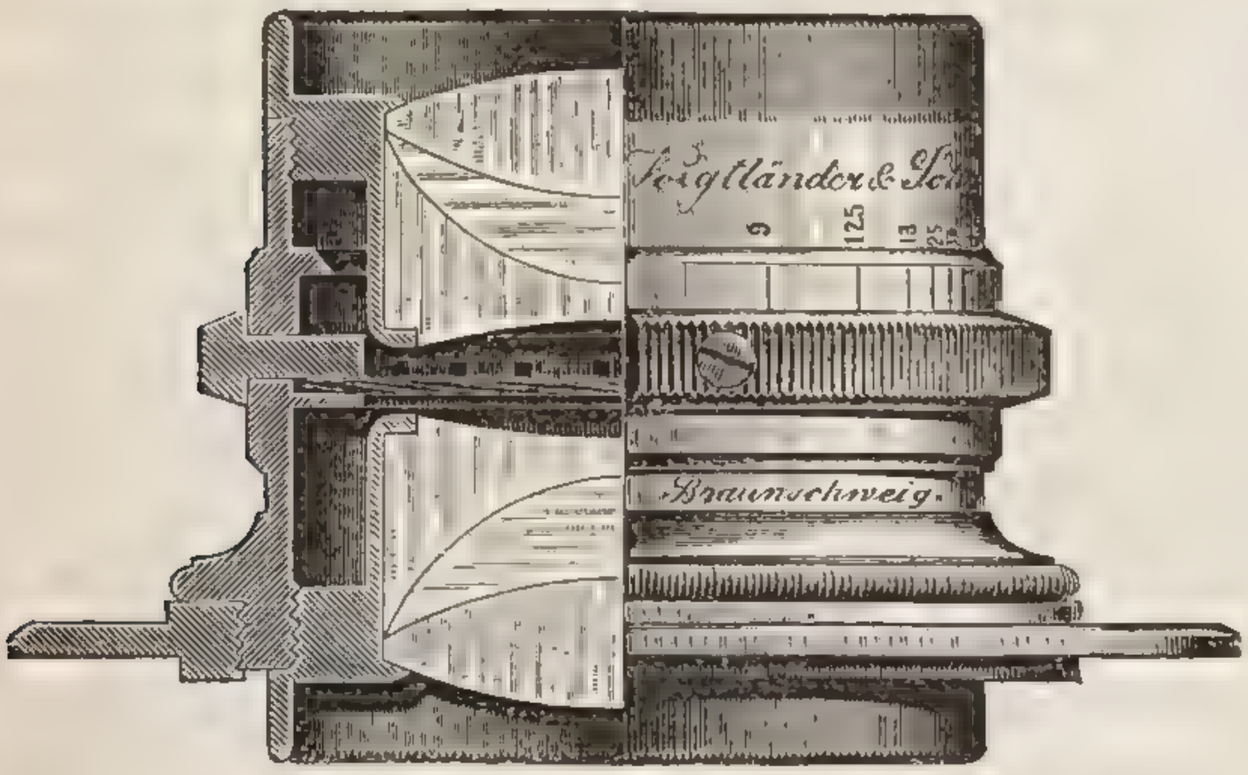
Durch die Auswahl richtiger Krümmungen und passender

Glassorten lassen sich Kugelgestalt- und Farbenfehler entsprechend einschränken und „scharfe“ Bilder erzielen von genügender Helligkeit. Die Bedingung, dass die drei Randstrahlen sich auf genau demselben Punkte des Hauptstrahles schneiden, ist um so schwerer auch nur mit genügender Annäherung zu erzielen, je mehr die Neigung des Hauptstrahles gegen die optische Axe des Systemes zunimmt. Entweder muss eine Beschränkung der Neigung und damit des Gesichtsfeldes, oder eine Beschränkung der Oeffnung, welche den Abstand des Randstrahles von der Axe bedingt, und damit der Lichtstärke eintreten. Letztere ist gleich der Oeffnung, dividirt durch die Brennweite. Aus vorstehenden Gründen haben die photographischen Objective entweder nur kleines Gesichtsfeld von hinreichender Schärfe, wenn grosse Helligkeit verlangt wird, oder aber geringe Helligkeit, wenn ein grosser Bildwinkel gefordert wird. Charakteristisch in dieser Hinsicht sind das „Porträtobjectiv“ und das „Weitwinkelobjectiv“.

Die Vereinigung der Randstrahlen kann auf dem Hauptstrahle entweder nicht in gleicher Entfernung vom Hauptpunkte geschehen oder sie kann theilweise auf, theilweise neben dem Hauptstrahle stattfinden, wodurch der „Anastigmatismus“, ein mit zunehmendem Bildwinkel immer schwerer zu beseitigender Fehler, entsteht.

Aus vorstehenden kurzen Mittheilungen geht zur Genüge hervor, einmal wie vielerlei Bedingungen bei einem photographischen Linsensysteme erfüllt sein müssen, wenn es gute Bilder liefern soll, und zweitens, dass man die eine Forderung zu Gunsten der anderen einzuschränken gezwungen ist, wenn man „speciellen“ Zwecken und Bedürfnissen thunlichst Rechnung tragen will.

Fig. 9.



Je mehr verschiedene Flächen und Glassorten dem Optiker zur Verfügung stehen, desto mehr Bedingungen wird er erfüllen können. Das Collinear besteht aus sechs Linsen, Fig. 9, welche in zwei symmetrischen Hälften zusammengesetzt sind. Die Symmetrie ist nothwendig im Interesse thunlichst richtiger Zeichnung. Unsymmetrische Objective zeichnen verzerrte Bilder, aber da ihre

Krümmungen und Glassorten ohne Rücksicht auf Symmetrie frei gewählt werden können, so vermögen unsymmetrische Objective, abgesehen von nicht ganz correcter Zeichnung, im Allgemeinen mehr Bedingungen zu genügen, wie symmetrische Objective. Die lichtstärksten Porträtobjective sind unsymmetrisch.

Der in neuerer Zeit eingetretene Aufschwung der photographischen Optik wurde sehr wesentlich bedingt durch die Fortschritte in der Glasfabrikation. Seit Erfindung der achromatischen Linsencombination aus Kron- und Flintglas konnte man einen grossen Theil der Farbenabweichung beseitigen; es blieben aber farbige Ränder übrig, das sogenannte secundäre Spectrum, und diese gelang es nicht zu beseitigen, weil das Zerstreuungsvermögen der Glassorten für die verschiedenen Farben ein und desselben Spectrums ein zu ungleichmässiges war. Ein weiterer Mangel der optischen Glassorten bestand darin, dass zugleich mit dem Zerstreuungsvermögen auch der Brechungsexponent wuchs, während ein umgekehrtes Verhalten die Beseitigung der Kugelgestaltfehler zugleich mit den Farbenfehlern wesentlich erleichtert haben würde.

Professor Abbe in Jena, Leiter der Zeiss'schen optischen Werkstatt, veranlasste Dr. Schott Anfang der 80er Jahre zu eingehenden Versuchen, die optischen Gläser zu verbessern und neue Mischungen herzustellen. Die preussische Regierung unterstützte diese Versuche, welche auf Thermometergläser, Libellengläser, Chemikalienbehälter etc. ausgedehnt wurden und bald einen durchgreifenden Erfolg erzielten. Durch Einführen der Phosphorsäure in die optischen Gläser gelang es, grosses Brechungsvermögen mit geringem Zerstreuungsvermögen zu vereinigen, und mit solchen Gläsern auch das secundäre Spectrum der optisch-photographischen Linsensysteme fast vollständig zu beseitigen. Um den Gläsern zugleich auch die nöthige Widerstandsfähigkeit und Härte, sowie Farblosigkeit und Klarheit zu geben, mussten in den so gewonnenen Phosphatkron- und Boratflintgläsern die seither gebräuchlichen Alkalien, Kali, Natron, Kalk und Bleioxyd durch andere, wie Thonerde, Zinkoxyd und Schwerspath ersetzt werden, wodurch es gelang, bei grosser Härte vollständig farbenreine Gläser herzustellen. So sind in neuerer Zeit durch die zu einer blühenden Industrie emporgewachsenen Jenenser Glasfabrikation den Optikern Gläser zur Verfügung gestellt worden, welche es ihnen gestatten, durch passende Auswahl und Verbindung derselben, Objectivsysteme herzustellen, welche hohen Ansprüchen genügen, da sie wesentlich vollkommenere Bilder liefern, wie die älteren Objectivsysteme, und zwar je nach der einen oder der anderen Richtung, entsprechend dem Zwecke, welchem dieselben dienen sollen. Dieser ist bei der Auswahl eines Objectives ausschlaggebend. Zu photogrammetrischen

Messungen kommen nur diejenigen Objective in Betracht, welche perspectivisch richtige Bilder zeichnen, also die symmetrischen Linsensysteme, welche aber ihrerseits in Bezug auf Bildwinkel, Lichtstärke, Schärfe, Tiefe etc. wieder unter sich sehr verschieden sind.

Was zunächst die richtige Zeichnung betrifft, so wurde bereits erwähnt, dass bei allen Objectiven mit zunehmender Neigung der Strahlen gegen die Axe eine Verschiebung der Hauptpunkte eintritt. Die genaue Berechnung derselben ist eine langwierige Arbeit und nur von dem auszuführen, welchem die Krümmungen der Gläser, ihre Brechungsexponenten etc. bekannt sind. Eine Prüfung durch photographische Aufnahme bekannter Objecte und Ausmessung der Bilder, wie Professor Dr. Dörgens eine solche ausführte [1]), ist nicht weniger mühsam. In der Ausmessung bekannter linearer Grössen durch das Objectiv mit einem guten Winkelmessinstrumente, wie wir solches bereits beschrieben haben, ist ein einfaches und sicheres Mittel gegeben, jedes Objectivsystem auf die Lage bezw. Verschiebung seiner Hauptpunkte und dadurch veranlasste Verzerrung der Bilder genau zu prüfen. Bringt man einen Normalmeterstab in die Brennebene des im Durchschnittspunkte der Theodolitaxen aufgestellten photographischen Objectives, so steht die optisch-photographische Axe des letzteren auf ihm in seinem Mittelstriche senkrecht, wenn sich für gleiche Entfernungen zu beiden Seiten desselben gleiche Winkelwerthe ergeben, wie wir dies bei Prüfung des Phototheodoliten früher gesehen haben. Misst man, nachdem dies durch Drehen des Normalstabes erreicht ist, die Winkel, welche verschiedenen von der Mitte aus gerechneten Längen entsprechen, so ergiebt jede Länge als Tangente des zugehörigen Winkels eine Bestimmung der Bildweite und damit auch die gesuchte Aenderung derselben mit zunehmender Neigung der Visirlinie gegen die optische Axe. Der vordere Hauptpunkt des zu prüfenden Objectives soll bei der Messung im Durchschnittspunkte der Drehaxen des Theodoliten liegen. Eine kleine Abweichung von dieser Forderung macht, wie wir früher gesehen haben, nur wenig aus, doch hat man es nach Kenntniss der Brennweite, d. h. der Entfernung des Meterstabes vom Hauptpunkte, ja ganz in der Gewalt, diese Abweichung beliebig klein zu machen. Die Hauptpunkte liegen bei symmetrischen Objectiven in gleichem Abstande von der Mitte des Systems; man kann das Objectiv auch um 180^0 drehen, so dass die Vorderseite zur Rückseite wird, und eine zweite Bestimmung der Bildweite vornehmen, somit auch untersuchen, ob die Hauptpunkte wirklich symmetrisch zur Mitte und zu

[1]) Photographische Mittheilungen 1886, Nr. 318.

den Grenzflächen des Linsensystems liegen, dieses also wirklich ganz symmetrisch ist [1]).

Wir haben für unsere photogrammetrischen Aufnahmen das Voigtländer'sche Collinear II von 15 cm Brennweite gewählt und die Verschiebung seiner Hauptpunkte bei zunehmender Neigung der Strahlen gegen die optische Axe früher mitgetheilt. Diese Verschiebung beträgt bei einer Neigung von 40^0 rund 1 mm. Das Gesichtsfeld beträgt dann 80^0. Würde man diesen Winkel mit der wahren Brennweite von 150 mm für „Axenstrahlen" berechnen, so würde man ihn um $^1/_{150}$ seiner Grösse, d. h. um mehr als 30 Bogenminuten falsch erhalten. Hingegen erhält man grosse wie kleine Bildwinkel nahe richtig beim directen Ausmessen durch das Objectiv, weil die Strahlen so austreten, als ob sie vom vorderen Hauptpunkte ausgingen und eine geringe Verschiebung desselben gegen den Durchschnittspunkt der Theodolitaxen wenig ausmacht. Dieselbe kann nöthigenfalls auch ohne grosse Schwierigkeit berücksichtigt werden. Man sieht an diesem Beispiele wieder deutlich, wie sehr die directe Winkelmessung durch das Objectiv einer Winkelbestimmung durch lineare Ausmessungen auf der Platte überlegen ist, denn sie ist frei von den Verzerrungsfehlern des Objectivs. Dies macht es möglich, auch unsymmetrische und einfache Linsen zu photogrammetrischen Zwecken zu verwenden, was unter Umständen von Vortheil sein kann, bisher aber ganz ausgeschlossen erschien. Auch hierüber sind Versuche von uns beabsichtigt.

Bei 20^0 Neigung der Strahlen gegen die optische Axe beträgt die Vergrösserung der Brennweite rund 0,1 mm oder $^1/_{1500}$ derselben. Dies macht bei einem Winkel von $20^0 = 1200'$ noch nicht eine Bogenminute. Bis zu dieser Grenze glaubte ich für Wolkenmessungen unbedenklich gehen zu können, da nur in extremen Fällen die grössten Abscissen um diesen Betrag fehlerhaft werden. Nimmt man aber die Brennweite für den Rand des Gesichtsfeldes richtig, so werden die kleineren Winkel, da der Fehler hier annähernd proportional ihrer Grösse ist, um so weniger beeinflusst, je kleiner sie sind. Man kann auf diese Weise den Fehler unter 0,5 Bogenminuten halten.

Die auf Seite 23 mitgetheilte directe Ausmessung in der Hauptbildhorizontalen und Hauptbildverticalen mit Phototheodolit II ergab mit der Abscisse von 4 cm eine Bildweite von im Mittel 152,23 mm; mit der Abscisse 5 cm eine solche von 152,27 mm. Die

---

[1]) Ich beabsichtige, eingehendere Untersuchungen dieser Art vorzunehmen und mir zu diesem Zwecke einen grösseren Apparat vom Mechaniker Günther der Herzogl. techn. Hochschule bauen zu lassen.

Zunahme ist hier deutlich ausgesprochen. Es genügt für ein Bildfeld von 40° Durchmesser die Annahme einer mittleren Bildweite von $D = 152{,}25$ mm, wie dieselbe auf S. 23 bestimmt wurde.

Bei den astronomisch-geodätischen Aufnahmen und Messungen wurde nicht über 15° Neigung der Strahlen gegen die optische Axe hinausgegangen. Die auf S. 27 mitgetheilten, beim Phototheodolit I vorgenommenen Ausmessungen der Bildhorizontale und Bildverticale von Centimeter zu Centimeter ergaben im Mittel:

1 cm	$D = 152{,}33$
2 „	$D = 152{,}33_5$
3 „	$D = 152{,}34$
4 „	$D = 152{,}34_5$

Die hier bis zu 15° Neigung ausgedrückte Zunahme der Bildweite von 0,015 mm entspricht nahe genug den berechneten und früher mitgetheilten Werthen. Beim Abmessen linearer Bilddistanzen auf gewöhnlichem Wege ist sie viel zu gering, um Berücksichtigung zu verdienen; beim directen Winkelmessen durch das Objectiv verschwindet sie in ihrer Wirkung gänzlich. Diese directe Messung kann man, wenn nur die Bilder scharf und bei Sternen etc. hinreichend symmetrisch werden, offenbar viel weiter ausdehnen, ohne durch die Veränderung der Brennweite an Genauigkeit wesentlich einzubüssen, weil die Strahlen ebenso aus dem Objectiv austreten, wie sie bei der Bilderzeugung eintreten. Durch alle im Vorstehenden mitgetheilten Untersuchungen und Beobachtungen erscheint die Correctheit der Zeichnung bei dem Collineare innerhalb der benutzten Gebrauchsgrenzen hinreichend dargethan und gesichert.

Die Helligkeit der Linsenbilder wird bestimmt durch das Verhältniss der Objectivöffnung zur Brennweite. Die grösste Lichtstärke haben die Porträtobjective, die kleinste die Weitwinkelobjective. Wenn es nicht darauf ankommt, wie lange man zu exponiren braucht, ist die Lichtstärke nicht sehr wesentlich. Das ist aber meist nicht der Fall. Bei Wolkenaufnahmen wie bei geodätischen Fernsichten wird man unter Umständen mit Gelbscheibe arbeiten müssen. Diese verlängert die Expositionsdauer sehr, so dass dieselbe bei an sich lichtschwachen Objectiven dann zu lang wird zur Aufnahme schnell bewegter Wolken, oder von Gebirgsaufnahmen bei windigem Wetter, wo Erschütterungen des Apparates unscharfe Bilder verursachen und dergleichen.

Das Collinear II hat bei voller Oeffnung eine Lichtstärke von 1 : 6,3, eignet sich daher auch zu Momentaufnahmen. Seine Bilder sind eben, scharf und bis an den Rand des brauchbaren Gesichtsfeldes frei von Anastigmatismus. Bei den mit ihm bei astronomischen Ortsbestimmungen, geodätischen Vorarbeiten für die Jungfraubahn und zahlreichen Wolkenaufnahmen gemachten Erfah-

rungen hat es sich als ein für diese Zwecke gutes Universalobjectiv bewährt, welches ich so lange für photogrammetrische Messungen in erste Linie stellen zu sollen glaube, bis ein anderer durch analoge Aufnahmen und Messungen ein besseres Objectiv für photogrammetrische Zwecke nachweist.

Die Aufnahme der neuen photographischen Himmelskarte wurde die Veranlassung zur Construction eines innerhalb bestimmter Grenzen genau richtig zeichnenden photographischen Objectives durch den Optiker Steinheil, neben anderen Verbesserungen der photogrammetrischen Stellarastronomie. Es wäre eine dankenswerthe Aufgabe — seitens der internationalen Meteorologenvereinigung, sie zu stellen, seitens der Optiker, sie zu lösen —, ein photographisches Objectiv zu construiren, welches mit hinreichender Schärfe und Helligkeit der Bilder perspectivisch richtige Zeichnung bei grösserem Gesichtsfelde verbindet.

Ein derartiges Objectiv würde auch ein Umphotographiren des photographisch fixirten Bildes auf eine andere Projectionsebene in weiteren Grenzen gestatten, wie solches jetzt mit hinreichender Genauigkeit ausführbar ist. Dieses Umphotographiren, vergl. Fig. 8, kann dazu benutzt werden, die Berechnungen durch Umprojiciren der Bilder zu vereinfachen, grössere und bequemer zu benutzende Glasdiapositive herzustellen u. dergl. Als ich im vergangenen Herbste mit den Vorarbeiten für die Jungfraubahn auf der Nordseite beschäftigt war, wurde gleichzeitig eine Expedition zur Erforschung der Südseite ausgesandt, welcher ein Photograph beigegeben war, um umfassende Aufnahmen in grossem Formate mit einem gewöhnlichen Photographenapparate als Gebirgsansichten zu machen. Diese waren zu photogrammetrischen Zwecken unmittelbar nicht zu benutzen, weil der Apparat keine genaue Horizontalstellung-Vorrichtung und keine Einrichtung für Messungszwecke hatte. Um trotzdem die Photographien auch für diese auswerthen zu können, wies ich den Photographen an, bei jeder Aufnahme für die Einstellung auf dem Laufbrette seiner Camera einen scharfen Strich oder Schnitt zu ziehen, sowie alle Standpunkte thunlichst mit Steinmännern dauernd zu bezeichnen. Photographirt man bei gleicher Auszugsweite des benutzten Apparates die erhaltenen grossen und scharfen Negative in unseren Phototheodoliten um, und misst in der Natur auf den bezeichneten Standpunkten eine Anzahl Winkel nach in den Bildern scharf markirten Terrainpunkten, so kann man nach ihnen die umphotographirten Bilder orientiren und dann durch das Objectiv des Phototheodoliten ausmessen, als ob sie direct in der Natur mit diesem aufgenommen worden wären. Man spart somit eine neue photographische Aufnahme dieses schwierigen Terrains, was in jenen Gegenden etwas zu bedeuten hat.

VI. Messung von Höhe und Bewegung der Wolken.

Durch die im Vorstehenden mitgetheilten Untersuchungen wurde festgestellt, welche Genauigkeit der Messung mit dem Phototheodoliten erreicht werden kann. Bei astronomischen und bei geodätischen Beobachtungen ist es in der Regel leicht ausführbar, durch eine Berechnung des mittleren Fehlers der in Betracht kommenden Messungen den Genauigkeitsgrad der Endresultate unzweideutig zu bestimmen. Etwas schwieriger liegt diese Frage in der Meteorologie, bezw. in dem vorliegenden Falle der Wolkenmessungen. Die Wolken haben keine regelmässige Bewegung im Sinne der Bahnen der Himmelskörper, sie ändern sich rasch, lösen sich auf und verschwinden. Sollen aber aus den Wolkenmessungen weitere Schlüsse im Interesse der Meteorologie gezogen werden, so kann dies mit Aussicht auf Erfolg nur dann geschehen, wenn es gelingt, auch bei diesen Messungen den Genauigkeitsgrad mit Sicherheit festzustellen, und es erscheint daher nothwendig, dass ein besonderer Werth auf die Ermittelung des Genauigkeitsgrades der Wolkenmessungen gelegt wird, um vor Täuschungen sicher zu sein. Der im Folgenden eingeschlagene Weg der Genauigkeitsbestimmung dürfte geeignet sein, auf einfache und sichere Weise zum Ziele zu führen.

Auf Seite 13 wurde ein Beispiel einer mit dem Phototheodoliten ausgeführten geodätischen Messung von Entfernung und Höhe einiger Thürme Braunschweigs mitgetheilt. Bei dieser Messung waren in den Endpunkten einer kleinen Basis von 221,9 m Länge Aufnahmen gemacht worden mit horizontaler und zur Basis rechtwinkliger Lage der optisch-photographischen Axe des Instrumentes. Die Formeln zur Berechnung der Entfernung E, sowie der Coordinaten X, Y, Z, bezw. der Höhe H waren (s. Seite 11 und 12):

$$E = \frac{D \,.\, B}{p};\; X = \frac{x \,.\, E}{D};\; Z = \frac{z \,.\, E}{D}$$

und bei der Reduction auf den Horizont der Station

$$\begin{aligned} X &= X \\ Y &= E \cos w - Z \sin w \\ H &= E \sin w + Z \cos w. \end{aligned}$$

Hier bedeutet p die Parallaxe, D die Bildweite und w den Höhenwinkel der optischen Axe der Camera.

Die Bildweite D ist constant. Der Höhenwinkel w der optischen Axe wird am Höhenkreise des Theodoliten abgelesen.

Er kann als fehlerfrei angesehen werden, wie denn überhaupt von den Fehlern des Theodoliten als solchem nach den im Vorstehenden mitgetheilten Eigenschaften dieses Instrumentes hier ganz abgesehen werden kann und muss, da es jedem Beobachter leicht sein wird, das Instrument genügend zu berichtigen. Es kommen somit nur die Fehler der photogrammetrischen Messung in Betracht. Diese hängen für die Coordinaten X, Y und H ab von den Fehlern der Grössen p, x und z, welche letzteren durch Ausmessen der photographischen Wolkenbilder erhalten werden. Sieht man diese drei Grössen als unabhängig von einander an, was für den beabsichtigten Zweck mit hinreichender Annäherung zulässig ist, so erhält man durch Differenziren obiger Gleichungen für den Einfluss ihrer Veränderungen auf die zu bestimmenden Werthe von E, Z, X, Y und H die folgenden Beziehungen:

$$\partial E = - E \frac{\partial p}{p}; \; \partial Z = E \frac{\partial z}{D} - Z \frac{\partial p}{p}$$

$$\partial X = + E \frac{\partial x}{D} + x \frac{\partial E}{D} = + E \frac{\partial x}{D} - X \frac{\partial p}{p}$$

$$\partial Y = - E \sin w \frac{\partial z}{D} - Y \frac{\partial p}{p} = - H_0 \frac{\partial z}{D} - Y \frac{\partial p}{p}$$

$$\partial H = + E \cos w \frac{\partial z}{D} - H \frac{\partial p}{p} = + Y_0 \frac{\partial z}{D} - H \frac{\partial p}{p}.$$

Hiernach ist die Aenderung der Entfernung E proportional der Grösse $\frac{\partial p}{p}$. Die Aenderungen der drei Coordinaten X, Y, H setzen sich aus zwei Theilen zusammen; der eine Theil ist ebenfalls abhängig von dem Werthe $\frac{\partial p}{p}$, der andere von den Grössen $\frac{\partial x}{D}$, bezw. $\frac{\partial z}{D}$. Für kleinere Höhen verschwindet der Einfluss des zweiten Gliedes, für Höhen von Punkten am Zenith der Einfluss des ersten Gliedes auf ∂H. Es bleibt somit

für Zenithhöhen $\partial H = - H \frac{\partial p}{p}$, bezw. $= - E \frac{\partial p}{p}$.

für kleine Höhen $\partial H = Y_0 \frac{\partial z}{D}$, bezw. $= E \frac{\partial z}{D}$.

Von diesen Formeln können wir zur Bestimmung der mittleren Fehler von E, X, Y und H Gebrauch machen, sobald es gelingt, die Grössen ∂p und ∂z, bezw. die mittleren Fehler m_p und m_z, hinreichend nahe zu bestimmen, da alle anderen Factoren aus

den Beobachtungen bekannt sind. Dann werden die mittleren Fehler:

$$m_E = \pm \sqrt{E^2 \left(\frac{m_p}{p}\right)^2},$$

$$m_X = \pm \sqrt{E^2 \left(\frac{m_x}{D}\right)^2 + X^2 \left(\frac{m_p}{p}\right)^2},$$

$$m_Y = \pm \sqrt{H_0^2 \left(\frac{m_z}{D}\right)^2 + Y^2 \left(\frac{m_p}{p}\right)^2},$$

$$m_H = \pm \sqrt{Y_0^2 \left(\frac{m_z}{D}\right)^2 + H^2 \left(\frac{m_p}{p}\right)^2},$$

In dem auf Seite 13 mitgetheilten Beispiele wurde für den mittleren Fehler der Entfernung E gefunden:

$$m_E = \pm \sqrt{15{,}04} = \pm 3{,}9\ m,$$

bei den Mittelwerthen von

$$E = 1365\,\text{m} \text{ und } p = 25{,}4\,\text{mm}.$$

Hiermit wird, da

$$\partial E = m_E = E \frac{m_p}{p}$$

ist, weiter

$$m_p = \frac{\partial E}{E} p = \frac{3{,}9}{1365} \cdot 25{,}4 = \pm 0{,}073\,\text{mm}.$$

Ferner wurde auf Seite 13 für den mittleren Höhenfehler ∂H gefunden $m_H = \pm 0{,}68\,\text{m}$; es wird somit, da hier $\partial H = E \frac{m_z}{D}$ ist,

$$m_z = \frac{\partial H \,.\, D}{E} = \frac{0{,}68}{1365} \cdot 152{,}3 = \pm 0{,}076\,\text{mm}.$$

Die Werthe von m_p, d. h. des Fehlers in der Parallaxe, und von m_z, d. h. des mittleren Fehlers einer Höhenordinate, werden somit bei dieser geodätischen Messung sehr nahe gleich. Da die auf Seite 13 mitgetheilten Beobachtungen das Mittel aus zwei Aufnahmen (bei verschiedenen Fernrohrlagen) sind, so sind die Werthe von m_p und m_z mit $\sqrt{2}$ zu multipliciren, um den mittleren Fehler für eine einmalige Beobachtung zu erhalten. Wir haben somit für eine einmalige photogrammetrische Aufnahme unter den angegebenen Verhältnissen

$$m_p = m_z = \pm 0{,}1\,\text{mm}.$$

Die Grösse der Parallaxe p wird für einen Punkt gefunden durch seine Verschiebung in den Bildern, d. h. durch die Differenz der Abscissen x. Ist jede derselben um $\pm m_x$ unsicher, so wird

der mittlere Fehler $m_p = \pm m_x \sqrt{2}$. Setzt man voraus, dass Ordinaten und Abscissen gleich genau bestimmt werden, so wird $m_x = m_z$, und somit $m_p = \pm m_z \sqrt{2}$, oder $m_z = \pm m_p \sqrt{1/2}$, während hier gefunden wurde $m_z = m_p$. Dies erklärt sich bei diesem geodätischen Beispiele unschwer daraus, dass für die abgebildeten Thurmspitzen sich die Abscissen leichter und sicherer bestimmen lassen, wie die Ordinaten. Bei den Wolkenaufnahmen werden wir zu setzen haben: $m_p = m_z \sqrt{2} = \Delta z$, wo man unter Δz nicht den Fehler einer Bestimmung, sondern die Abweichung zweier Ordinaten-, bezw. Höhenbestimmungen zu verstehen hat. Die verschiedenen directen Bestimmungen bestätigen die Richtigkeit der Annahme $m_p = \Delta z$, wie wir später sehen werden.

In unserem Beispiele werden, obgleich die Werthe von m_p und m_z sich kaum unterscheiden, die ihnen entsprechenden mittleren Fehler m_E und m_H derart verschieden, dass letzterer nur den sechsten Theil des ersteren ausmacht. Es war

$$\partial H = E \cdot \frac{m_z}{D}; \quad \partial E = E \frac{m_p}{p} = E \frac{m_p}{D} \cdot \frac{E}{B}.$$

Aus der letzten Gleichung, welche man durch Einsetzen des Werthes $p = \frac{D \,.\, B}{E}$ erhält, sieht man, dass der gleiche Fehler m_p in der Parallaxe so viel mal stärker auf die Entfernung E einwirkt, wie diese grösser ist, als die benutzte Basis B. Da nun bei Wolkenaufnahmen gerade in den hohen und höchsten Regionen der Cirrus, wo die Entfernung der Wolken die Länge der Basis viele Male übertrifft, die interessantesten und für die Meteorologie wichtigsten Resultate gesucht werden, so ist unmittelbar einleuchtend, dass das Hauptgewicht auf die genaue Bestimmung der Parallaxe zu legen ist. In sämmtlichen Fehlerausdrücken für die Coordinaten X, Y und H überwiegt der Einfluss des zweiten Gliedes mit $\frac{m_p}{p}$ bedeutend den des ersten mit $\frac{m_z}{D}$. Es kann daher leicht zu Täuschungen führen, wenn nur dieses letztere Glied berechnet und angegeben wird, wie z. B. in den Publicationen von Hildebrandsson und Åkerblom geschehen ist.

Um dies an einem Beispiele anschaulich zu machen, war von uns am 29. October 1895 ein falscher Cirrus beobachtet worden, dessen Höhe durch sechs als identisch in beiden Photogrammen erkannte Punkte festgestellt wurde wie folgt:

Neigung der optischen Axen = 60° Höhenwinkel.

Nr.	p mm	E km	z_1 mm	z_2 mm	Z_1 km	Z_2 km	Höhe km H_1	Höhe km H_2	ΔH km
1.	3,5	9,65	+ 11,35	+ 11,9	+ 0,72	+ 0,76	8,72	8,74	0,02
2.	4,2	8,05	10,45	10,0	0,54	0,53	7,24	7,23	0,01
3.	4,35	7,70	22,85	22,9	1,01	1,02	7,20	7,21	0,01
4.	4,2	8,05	11,35	11,8	0,59	0,62	7,27	7,28	0,01
5.	3,7	9,15	+ 11,65	+ 12,0	+ 0,69	+ 0,72	8,28	8,29	0,01
6.	3,8	8,90	— 7,85	— 7,9	— 0,47	— 0,46	7,46	7,47	0,01

Die Abweichung der für jeden Punkt berechneten zwei Höhen H_1 und H_2 beträgt meist nur 0,01 km, d. h. nur 10 m trotz der grossen Höhen von 7 bis 8 km. Diese Abweichung ist kleiner als der Unterschied der Z_1 und Z_2, weil nur $Z \cos 60^0$ bei der Höhenberechnung zur Geltung kommt. Die Abweichung der Bildordinaten z_1 und z_2 beträgt im Mittel $^3/_{10}$ mm. Da die Parallaxe p nur 4 mm beträgt, so wird in diesem Falle, wenn man $\Delta z = m_p = 0{,}3$ mm setzt, das Verhältniss $\frac{m_p}{p} = \frac{0{,}3}{4{,}0} = {}^1/_{13}$, das Verhältniss $\frac{\Delta z}{D} = \frac{0{,}3}{152{,}3} = {}^1/_{500}$, d. h. der Einfluss des Fehlers m_p in der Parallaxe wirkt hier $\frac{500}{13}$ = rund 40 mal so stark, als wie der gleiche Fehler Δz auf die Höhenbestimmung ein, und zwar aus dem Grunde, weil die Entfernung E ungefähr 40 mal so gross ist, als die benutzte Basis B. Die Höhen sind demnach in Wirklichkeit um 500 m unsicher, trotzdem sie unter sich bis auf 10 m übereinstimmen.

Solche extreme Verhältnisse werden bei definitiven Wolkenmessungen vermieden werden können. Dass aber eine genauere Bestimmung des mittleren Fehlers bei Wolkenmessungen erforderlich ist, zeigen die von Hildebrandsson und Åkerblom gegebenen photogrammetrischen „Musterbeispiele“. Auf Seite 19 der Abhandlung „Des Principales Méthodes etc.“ und auf Seite 8 der Akerblom'schen Broschüre „De l'emploi des Photogrammètres etc.“ werden folgende drei Beispiele photogrammetrischer Cirrusbeobachtungen mitgetheilt:

$X = -$ 425 m	$X =$ 295 m	$X = -$ 1408 m
$Y =$ 14290 m	$Y =$ 12857 m	$Y =$ 14580 m
$H = Z =$ 11032 m	$Z =$ 12010 m	$Z =$ 11702 m
$\Delta Z =$ 136 m	$\Delta Z =$ 140 m	$\Delta Z =$ 150 m.

Da die benutzte Basis 1149,5 m betrug, so war in obigen Fällen die Entfernung E der Wolke 12- bis 15 mal so gross als die Länge der Basis B. Das Verhältniss $E : B$ wird somit 12 bis 15, und daher muss auch der Einfluss eines gleichen Fehlers in der Parallaxe ebensoviel mal so stark auf die Höhen einwirken, wie das vorstehend berechnete und mitgetheilte ΔZ. Die berechneten Höhen und Abstände der Wolken sind somit hier in Wirklichkeit um anderthalb bis zwei Kilometer unsicher, und es müssen, wie sich leicht nachrechnen lässt, beim Bestimmen der Bildordinaten mehrere Millimeter grosse Fehler gemacht worden sein. Die wirkliche Unsicherheit in den berechneten Höhen beträgt 12 bis 15 Procent! Dabei heisst es in den angeführten Abhandlungen wörtlich: „La précision est tout à fait suffisante pour les observations en question, comme le prouvent les exemples numériques donnés à la fin de ce mémoire.“

Bei den trigonometrischen Höhenmessungen in der Geodäsie betrachtet man die Abweichung ΔZ mit Recht als Maass der Unsicherheit in der Höhenbestimmung. Die bei der Höhenberechnung benutzten horizontalen Entfernungen sind dort durch Triangulation so genau bestimmt, dass sie im Vergleich zur Unsicherheit der Höhenwinkelmessung in Folge der Refraction etc. als „fehlerfrei“ angesehen werden können. Bei Wolkenmessungen hingegen ist die Unsicherheit in der Bestimmung der Entfernungen bei kleinen Parallaxen weitaus überwiegend über den Einfluss der Fehler in den Höhenwinkeln, gleichviel ob diese direct beobachtet oder photogrammetrisch gefunden sind.

Eine Berechnung und Angabe von Längenmaassen, welche um Kilometer unsicher sind, bis auf einzelne Meter ist zwecklos. Es genügt bei Wolkenmessungen im Allgemeinen die Ermittelung und Angabe nach Kilometern bis zur zweiten Decimale, wodurch zugleich die Uebersichtlichkeit gewinnt.

Im Vorstehenden wurde angenommen, dass man beim Bestimmen der Abscissen dieselbe Unsicherheit zu befürchten hat, wie beim Ermitteln der Ordinaten des Bildes. Der ermittelte Werth von ΔZ ist leicht zu bestimmen, da man für jeden eingeschnittenen Punkt zwei Höhen erhält, welche gleich sein sollen. Man findet aber immer nur eine Entfernung, und auch die Projection auf die Verticalebene anstatt auf die Horizontalebene der Basis ändert hieran nichts. Soviel mir bekannt, hat man den Werth von m_p aus Wolkenmessungen noch niemals direct abgeleitet. Dies erscheint aber von Wichtigkeit zur Beurtheilung, ob obige Voraussetzung nahe genug gerechtfertigt ist. Zudem wird die alleinige Ermittelung von ΔZ der thunlichsten Beschränkung dieses Fehlers einseitig zu Gute kommen können, während auf die viel wichtigere Beschrän-

kung von m_p weniger Werth gelegt wird, weil m_p nicht unmittelbar zu Tage tritt. Die im Folgenden mitgetheilte directe Bestimmung eines mittleren Werthes von m_p aus Wolkenaufnahmen bildet daher eine nothwendige Ergänzung der Genauigkeitsermittelungen.

Für Höhenbestimmungen am Zenith wurde der Höhenfehler

$$m_H = \pm \sqrt{(E)^2 \left(\frac{m_p}{p}\right)^2}.$$

Macht man die Voraussetzung, dass die untere Fläche einer ausgedehnten Wolkenschicht im Zenith parallel dem Horizonte der Station liegt, so müssen alle für sie bestimmten Höhenpunkte nahe gleiche Höhen ergeben bis auf kleine Abweichungen, veranlasst durch eine nicht ganz regelmässige untere Begrenzung der Wolke. Diese werden aber gegenüber den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern um so weniger zur Geltung kommen können, je höher die betreffende Wolke über der Erdoberfläche sich befindet, d. h. je kleiner die Höhenunterschiede in der unteren Begrenzung der Wolke gegenüber ihrer Höhe über der Station sind.

Sieht man die Unterfläche der Wolke als horizontal an, so werden Abweichungen von dieser Voraussetzung, d. h. Unebenheiten in dieser Fläche, den mittleren Beobachtungsfehler wohl vergrössern, niemals aber verkleinern können. Man ist daher jedenfalls sicher vor Ueberschätzung der Genauigkeit. Macht man aber solche Messungen in verschiedenen Höhen, und leitet aus ihnen Mittelwerthe von m_p ab, so giebt eine Vergleichung derselben einen Anhalt auch für die Beurtheilung desjenigen Betrages, welcher in nicht genügender Horizontalität der unteren Wolkenbegrenzungsfläche seinen Grund hat. Eine zweite Methode, den Werth von m_p direct zu bestimmen, werden wir bei den Geschwindigkeitsmessungen kennen lernen.

Bei Zenithbeobachtungen ist es erforderlich, die verticale Umdrehungsaxe des Instrumentes genau vertical, bezw. die horizontale Axe an Fernrohr und Camera genau horizontal zu stellen. Hierzu dient die Reiterlibelle, die für genauere Messungen nicht entbehrt werden kann. Werden die Beobachtungen nur in einer Fernrohrlage ausgeführt, so können sie leicht unter sich gut übereinstimmen, während sie in Wirklichkeit fehlerhaft sein werden, wenn der Collimationsfehler nicht genügend beseitigt wurde. Am besten beobachtet man in drei verschiedenen Stellungen der Instrumente, z. B. Fernrohr West—Fernrohr West; Fernrohr Ost—Fernrohr West; Fernrohr West—Fernrohr Ost.

Zenithaufnahmen.

3. November 1895.

Platte 1.

Nr.	*P.*	*Sch.*	p mm	Abweichung vom Mittel p		$E = H$ km
	x mm			v_p mm	$(v_p)^2$	
1.	+ 18,4	+ 11,4	7,0	+ 0,06	36	4,83
2.	+ 8,7	+ 2,0	6,7	— 0,24	576	5,05
3.	+ 2,2	— 4,5	6,7	— 0,24	576	5,05
4.	— 18,2	— 25,0	6,8	— 0,14	196	4,97
5.	— 22,55	— 29,45	6,9	— 0,04	16	4,90
6.	+ 13,4	+ 6,6	6,8	— 0,14	196	4,97
			$6,8_2$			4,96

Platte 2 (5 Minuten später).

1.	+ 20,65	+ 13,75	6,95	+ 0,01	1	4,86
2.	+ 10,15	+ 3,25	6,9	— 0,04	16	4,90
3.	+ 7,5	+ 0,2	7,3	+ 0,36	1296	4,63
4.	+ 20,0	+ 13,0	7,0	+ 0,06	36	4,83
5.	+ 32,0	+ 25,0	7,0	+ 0,06	36	4,83
6.	+ 24,9	+ 17,9	7,0	+ 0,06	36	4,83
			$7,0_{25}$			4,81

Platte 3 (5 Minuten später).

1.	+ 30,2	+ 23,3	6,9	— 0,04	16	4,90
2.	+ 20,7	+ 13,6	7,1	+ 0,16	256	4,76
3.	+ 16,0	+ 9,0	7,0	+ 0,06	36	4,83
4.	+ 8,9	+ 1,8	7,1	+ 0,16	256	4,76
5.	+ 2,6	— 4,4	7,0	+ 0,06	36	4,83
6.	— 6,7	— 13,5	6,8	— 0,14	196	4,97
			$6,9_{83}$		3813	4,84

Gesammtmittel $p = 6{,}94$ $H = 4{,}87$

$$m_p = \pm \sqrt{\frac{3813}{17}} = \pm 0{,}15 \text{ mm}$$

$$m_H = \pm 120 \text{ mm}.$$

Bei einer Basislänge von nur 222 m beträgt für mittelhohe Wolken von rund 5 km Höhe der mittlere Fehler einer Höhenbestimmung im Zenith hier $\frac{120}{4870} = {}^1/_{40} = 2{,}5$ Proc. der Höhe;

bei 500 m langer Basis würde er demnach etwa 1 Proc. ausmachen. Hieraus würde folgen, dass man photogrammetrisch die Wolken ohne Schwierigkeit im Mittel aus nur wenigen guten Beobachtungen bis auf 1 Proc. ihrer Höhe nach richtig bestimmen kann, wenn die Basis nicht weniger als $^1/_{10}$ der Wolkenhöhe beträgt; denn vorstehende Beobachtungen sind ganz unabhängig auf drei verschiedenen Platten gemacht für die untere (horizontale) Decke einer gleichmässigen Wolkenschicht im Zenith.

Der mittlere Fehler der Parallaxe p wird hier $m_p = \pm 0{,}15$ mm.

Ich muss gestehen, dass mich diese Genauigkeit der Messung bis auf rund $m_p = \pm 0{,}2$ mm sehr überrascht hat. Ich war an die Wolkenmessung mit der Vorstellung einer weit grösseren unvermeidlichen Ungenauigkeit herangetreten, weil ich es für schwierig hielt, identische Punkte hinreichend sicher bei nicht ganz scharf begrenzten Wolkenbildern, namentlich bei Zenithaufnahmen, zu ermitteln. Dies würde auch der Fall sein, wenn man nur dasselbe kleine Stück der Wolke in beiden Bildern allein sehen könnte, bezw. in Betracht ziehen wollte. Das Auge kann aber auch bei unbestimmten Formen und Begrenzungen scharf beurtheilen, ob die in den beiden Bildern als identisch eingestochenen Punkte ganz symmetrisch zu ihren beiderseitigen Umgebungen liegen, vorausgesetzt, dass diese nahe genug denselben Anblick gewähren, was bei kleiner Parallaxe der Fall ist, und dieser sehr zu Gute kommt. Die gleiche Erfahrung habe ich auch bei anderen Beobachtern gemacht. Wir legen die beiden Negative auf eine von unten mit einem Spiegel beleuchtete Glasplatte, stechen nach Aufsuchung und Einprägung als identisch erkannter Wolkenformen mit einer Nadel feine, durchscheinende Punkte an correspondirenden Stellen ein, vergleichen deren Lage mit ihren Umgebungen und verbessern eventuell, d. h. stechen nach Zudecken der alten mittelst Tusche neue Punkte hinein, welche eine ganz symmetrische Lage zeigen. Zum Ablesen der Coordinaten wird dann auf das Negativ eine Glasplatte mit Millimeternetz gelegt, so dass je eine Hauptlinie derselben durch die auf dem Negative abgebildeten Marken für die Bildhorizontale und die Bildverticale führt. Durch eine Lupe unterstützt, kann man fein eingestochene Punkte bis auf 0,05 mm genau ablesen.

Auf die bequemste Art der numerischen und graphischen Berechnung der Beobachtungen werden wir später näher einzugehen haben. Ich möchte hier nur darauf hinweisen, dass man zur Erlangung der endgültigen Coordinatenwerthe nicht alle einzelnen Messungen für sich zu berechnen braucht. So z. B. werden die drei Mittelwerthe der Höhen 4,96, 4,81, 4,84 km genau ebenso erhalten mit den Mittelwerthen der Parallaxe 6,82, $7{,}02_5$, 6,98 mm, wie im

Mittel aus allen einzelnen Berechnungen. Dies ist für summarische Berechnungen sehr bequem und ein Vorzug des benutzten Verfahrens, welcher die aufzuwendende Zeit und Arbeit wesentlich abzukürzen gestattet.

Zur weiteren Veranschaulichung der Wolkenaufnahmen mag das folgende Beispiel dienen, welches zeigt, wie man die verticale Ausdehnung von Wolkenbänken mit Vortheil in der Nähe des Horizontes messen kann. Durch gleichzeitige Abbildung am Horizonte befindlicher, ihrer Lage nach bekannter Festpunkte, hier einiger Thürme, kann man die Instrumentalfehler mit bestimmen und in Rechnung bringen. In beiden Aufnahmen waren je drei Kirchthurmspitzen mit abgebildet. Die Berechnung der zugehörigen drei Azimute und Höhenwinkel ergab bei ihrer Vergleichung mit den geodätisch bestimmten Werthen folgende Abweichungen auf den Basisenden.

Polytechnicum		Schleinitzstrasse	
Azimut	Höhenwinkel	Azimut	Höhenwinkel
+ 6,2′	+ 3,8′	— 4,0′	+ 2,1′
+ 4,6′	+ 5,4′	— 2,4′	— 0,2′
+ 5,3′	+ 5,9′	— 6,8′	+ 2,0′
+ 5,4′	+ 5,0′	— 4,4′	+ 1,3′

	Abscisse x		p	E	Ordinate z		Höhen		ΔH	$(\Delta H)^2$
	Pol. mm	Schl. mm	mm	km	Pol. mm	Schl. mm	$H_1 = Z_{P-5\,m}$ m	$H_2 = Z_S$ m	m	
1.	90,25	81,61	8,64	3,91	+ 40,87	+ 41,27	1064	1069	— 5	25
2.	79,00	70,21	8,79	3,84	42,35	42,64	1073	1075	— 2	4
3.	69,14	60,92	8,22	4,11	44,50	44,77	1206	1208	— 2	4
4.	61,22	53,19	8,03	4,21	43,73	43,73	1214	1209	+ 5	25
5.	38,92	30,25	8,67	3,90	36,19	36,09	932	924	+ 8	64
6.	32,56	25,49	7,07	4,78	33,58	33,77	1059	1060	— 1	1
7.	87,75	81,78	5,97	5,66	22,83	22,96	853	853	0	0
8.	78,05	72,54	5,51	6,14	22,33	22,61	905	911	— 6	36
9.	67,54	61,84	5,70	5,93	22,87	23,10	896	899	— 3	9
10.	59,33	53,68	5,65	5,98	22,39	22,50	882	884	— 2	4
11.	37,46	32,47	4,99	6,77	21,39	21,52	956	956	0	0
12.	32,33	27,27	5,06	6,68	21,65	21,74	955	954	+ 1	1
			6,86	5,16			1000 m			173

$$\Delta H = \pm \sqrt{\frac{173}{12}} = \pm \sqrt{14{,}4}$$

$$\Delta H = \pm 3{,}8\ \text{m}.$$

Die Axen der Instrumente waren bei dieser Aufnahme nicht normal zur Basis gestellt. Die Wolke lag zu weit westlich. Um dieselbe gut aufnehmen zu können, mussten beide Instrumente um ungefähr 20^0 westlich gedreht werden. Die Neigung gegen den Horizont betrug 10^0. Nach den an den Horizontal- und Verticalkreisen gemachten Ablesungen wurden der Azimutal- und Höhenwinkel für je 12 identificirte Wolkenpunkte direct ermittelt, und nach Anbringung vorstehend mitgetheilter Correctionen aus ihnen die folgenden Abscissen- und Ordinatenwerthe für horizontal und normal zur Basis gerichtete Axenstellung mit der bekannten Bildweite $D = 152{,}3$ mm berechnet. (Siehe vorstehende Tabelle.)

Die Station Sch. (Schleinitzstrasse) liegt 5 m tiefer wie die Station Pol. (Polytechnicum). Die Höhenangaben beziehen sich auf den Horizont der ersteren. Die Unterschiede der beiderseitigen Höhenbestimmungen sind sehr gering. Die mittlere Abweichung ΔH beträgt nur $\pm$ 3,8 m. Da der Mittelwerth von E, d. h. die mittlere Entfernung der Wolkenschicht 5,16 km = 5160 m betrug, so wird der mittlere Werth von

$$\Delta z = \frac{3{,}8}{5160} \cdot 152{,}3\,\text{mm} = \pm\ 0{,}11\ \text{mm}.$$

Die Wolke war eine sehr scharf markirte und begrenzte Cumuluswolke, bei welcher identische Punkte mit gleicher Sicherheit angegeben werden konnten, wie bei geodätischen Aufnahmen. Solche Cumuluswolken mit scharfer Begrenzung kommen häufig vor und photographiren sich am leichtesten.

Setzt man auch hier $m_p = \Delta z = \pm\ 0{,}11$ mm, so wird die Unsicherheit in Folge eines Δz gleichen Fehlers m_p in der Parallaxe p, deren mittlerer Werth = 6,86 mm ist mit $H = 1000$ m:

$$H\,\frac{m_p}{p} = 1000 \cdot \frac{0{,}11}{6{,}86} = \pm\ 16\,\text{m}.$$

Der gleiche Fehler in der Parallaxe wirkt auf die Entfernung E fünfmal stärker, weil hier E fünfmal grösser ist als H. Die Höhenbestimmung ist bei der grossen Entfernung von $E = 5160$ m bis auf rund 20 m, oder 2 Proc. genau, trotzdem die Basis nur 222 m, d. h. noch nicht den zwanzigsten Theil der Entfernung beträgt. Auch hier würde man somit die Höhen unschwer auf 1 Proc. genau erhalten, wenn die Entfernung nur zehnmal so gross genommen wird wie die Basislänge.

Der absolute Betrag der Höhenfehler wird hier bei ungefähr gleicher Entfernung der Wolken etwa sechsmal so gering, wie bei den Zenithbeobachtungen, weil die Wolkenhöhe im Mittel nur 1000 m beträgt gegenüber 5000 m dort, und Δz in Folge der scharfen Begrenzung der dem Horizonte nahen Wolken, sowie der

Controle durch die mit abgebildeten Kirchthürme hier sehr klein ausfällt. Die verticale Ausdehnung von Wolkengebilden, eventuell auch Bewegungen derselben im verticalen Sinne werden sich daher durch Beobachtungen bei kleinen Höhenwinkeln am ehesten genau bestimmen lassen.

Die letzten beiden Beispiele ergaben Mittelwerthe von Δz und m_p von nur einem bis zwei Zehnteln des Millimeters. Nicht von Anfang der Beobachtungen an haben wir diese Genauigkeit erreicht. Bei den ersten Messungen waren die Abweichungen wesentlich grösser, wie die folgende Zusammenstellung der Mittelwerthe von Δz aus den gesammten Messungen zeigt. Anfangs überwogen die constanten Fehler der Instrumente. Diese waren nicht genau genug

Mittelwerthe von Δz.

Nr.	Δz mm	Neigung der Axe	Wolkenart	Anzahl der Beob.
1.	0,21	30^0	Cumulus	10
2.	0,35	60^0	Cirrus	6
3.	0,37	30^0	Fructo-Cumulus	12
4.	0,20	20^0	Cirrus	8
5.	0,24	20^0	„	8
6.	0,32	90^0	Cumulus	6
7.	0,25	90^0	„	6
8.	0,23	90^0	„	6
9.[1])	0,11	10^0	„ sehr scharf begr.	12
10.[2])	0,48	20^0	Cumulus	12
11.[2])	0,26	35^0	„	12
12.[2])	0,41	20^0	„	10
13.[2])	0,28	35^0	„	10
14.	0,15	15^0	„	8
15.	0,18	0^0	„	8
16.	0,19	50^0	„	12
17.	0,21	35^0	„	12
18.	0,18	50^0	„	12
19.	0,14	35^0	„	12
20.	0,11	17^0	„	10
21.	0,15	2^0	„	10
	Mittel 0,23			

[1]) Dem Horizonte nahe Aufnahme mit abgebildeten Festpunkten.
[2]) Zu späte Exposition des Empfängers der Signale.

ermittelt, weil wir überhaupt noch keine richtige Vorstellung von der erreichbaren Genauigkeit bei Wolkenmessungen hatten und sie bei Weitem unterschätzten. Im Laufe der Beobachtungen und deren Ausrechnung wurden wir auf weitere Fehlerquellen aufmerksam, namentlich nicht ganz gleichzeitige Exposition bei stark bewegten Wolken. Angenommen, eine Wolke bewegt sich mit nur 20 m Geschwindigkeit pro Secunde durch das Zenith in einer Höhe von 6000 m; dann beträgt die Verschiebung auf der Platte bei 152,3 m Brennweite in einer Secunde $v = \frac{20}{6000} \cdot 152{,}3 =$ rund 0,5 mm, und ebenso gross wird Δz, bezw. m_p werden, wenn der eine Beobachter eine Secunde später exponirt wie der andere. (Siehe vorstehende Tabelle.)

Wir hatten bei unseren Aufnahmen anfangs nur optische, später telephonische Verständigung. Die Berechnung der Beobachtungen zeigte, dass der Empfänger des Signales etwas später exponirte, wie der Ertheiler desselben. Man wird versuchen, sich einander beim Exponiren thunlichst anzupassen, was erreicht ist, wenn Δz hinreichend klein wird auch bei rascher Wolkenbewegung rechtwinklig zur Basis. Um constante Fehler zu vermeiden, giebt man die Signale abwechselnd von der einen und von der anderen Station. Elektrische Auslösung wird die besten Resultate liefern, nur verlangt dieselbe besondere Einrichtungen.

Um die Instrumentalfehler genau bestimmen und in Rechnung bringen zu können, machten wir später vor jeder Beobachtungsserie „Controlaufnahmen“ bei horizontaler optischer Axe. Von jeder Station sind mehrere Thürme sichtbar, welche bei horizontaler Normalstellung der optischen Axen in das Gesichtsfeld der Camera, bezw. auf die Platte fallen. Die Winkelbestimmungen für diese Thürme, geodätisch mit aller wünschenswerthen Genauigkeit vom Landesvermessungs-Ingenieur Seiffert ausgeführt, gestatten eine Berechnung der ihnen zukommenden Abscissen und Ordinaten im Bilde bei Normalstellung der optischen Axe nach einer zu diesem Zwecke gewählten Mire für die Einstellung des Fernrohrs. Vor der Wolkenaufnahme wird das Fernrohr jedesmal genau auf die Mire eingestellt, ebenso nach jedem Herausnehmen und Neueinsetzen der Camera. Die „Mirencorrection“ in Bezug auf das photographische Bild der Camera ergiebt sich durch Vergleichung der „Controlaufnahme“ der Thürme mit den berechneten Bildcoordinaten.

Zwei solche Controlaufnahmen, auf den beiden Stationen ausgeführt, ergaben folgende Vergleichung und Correctionen:

13. November 1895.

Thurm	Polytechnicum				Schleinitzstrasse			
	Δx		Δz		Δx		Δz	
	I mm	II mm	I mm	II mm	I mm	II mm	I mm	II mm
1.	+ 0,26	+ 0,21	+ 0,17	+ 0,17	+ 0,06	+ 0,06	+ 0,04	— 0,01
2.	+ 0,17	+ 0,22	+ 0,17	+ 0,07	+ 0,11	+ 0,11	+ 0,07	+ 0,02
3.	+ 0,21	+ 0,16	+ 0,22	+ 0,12	+ 0,08	+ 0,08	+ 0,04	+ 0,04
4.	+ 0,16	+ 0,21			+ 0,01	+ 0,06	+ 0,03	+ 0,03
5.	+ 0,25	+ 0,30	+ 0,06	+ 0,06	+ 0,03	+ 0,08	+ 0,08	+ 0,08
6.	+ 0,25	+ 0,25	+ 0,10	+ 0,10	+ 0,07	+ 0,07	+ 0,09	+ 0,09
7.	+ 0,20	+ 0,20	+ 0,08	+ 0,08	— 0,01	+ 0,04	+ 0,04	+ 0,04
	+ 0,21	+ 0,22	+ 0,13	+ 0,10	+ 0,05	+ 0,07	+ 0,06	+ 0,04
Mittel	+ 0,2 mm		+ 0,1 mm		+ 0,05 mm		+ 0,05 mm	

Diese Mittelwerthe wurden als Correctionen der Bildabscissen und -ordinaten bei den folgenden Wolkenaufnahmen am 13. November benutzt. Die nahe gleichen Correctionswerthe jeder Doppelaufnahme beweisen, dass die optische Axe der Camera nach dem Herausnehmen und Neueinsetzen genau dieselbe Lage zur Fernrohrabsehlinie wieder einnimmt, welche sie vorher hatte. Diese Eigenschaft des Phototheodoliten wurde bereits früher in meiner Photogrammetrie nachgewiesen [1]).

Photogrammetrische Geschwindigkeitsmessungen von Wolkenbewegungen verlangen zwei Aufnahmen identischer Wolkengebilde mit einer der Schnelligkeit der Bewegung angemessenen Zwischenzeit. Die zwei Aufnahmen können auf zwei verschiedenen Platten bei gleicher Stellung des Instrumentes gemacht werden. Es ist aber vortheilhafter in mehrfacher Hinsicht, beide Aufnahmen auf derselben Platte zu machen, und die Neigung der optischen Axe entsprechend zu ändern. Vor der lichtempfindlichen Platte befindet sich hierzu ein undurchsichtiger Schieber von halber Plattengrösse, welcher hin- und hergeschoben werden kann, so dass er entweder die obere oder die untere Hälfte der Platte bedeckt. Giebt man bei normaler Stellung des Apparates zur Basis der optischen Axe zuerst eine solche Neigung, dass das Wolkenbild auf den unverdeckten Theil der lichtempfindlichen Platte fällt, exponirt und neigt dann die Axe so, dass das Wolkenbild auf den durch den Schieber verdeckten Theil fällt, stellt den Schieber um, so dass dieser

[1]) Die Photogrammetrie etc., S. 38.

Plattentheil jetzt frei und der andere verdeckt ist, und exponirt zum zweiten Male, so hat man beide Wolkenaufnahmen auf ein und derselben Platte vereinigt (Fig. 10).

Die Vorzüge dieses Verfahrens sind: 1) Man kann die Zwischenzeit zwischen den zwei Beobachtungen bis auf 20 Secunden herabbringen. Es ist dies wichtig wegen der oft sehr raschen Veränderlichkeit der Wolken. 2) Man spart die Hälfte der sonst nöthigen Platten. 3) Die Resultate der Geschwindigkeitsmessung werden genauer, weil die Fehlereinflüsse auf beide Aufnahmen gleich wirken. 4) Die Ausmessung der Platte wird einfacher und genauer, da die auf der Platte abgebildeten Marken der Abscissen- und Ordinatenaxe für beide Aufnahmen gelten und benutzt werden. 5) Die Entwickelung des Bildes geschieht, weil auf derselben Platte, für beide Aufnahmen thunlichst gleichartig. Es erleichtert dies das Auffinden identischer Punkte in beiden Aufnahmen sehr wesentlich. Alle diese Vorzüge sind so überwiegend, dass von der Benutzung von Cassetten zum Wechseln der Platten durchaus abgerathen werden muss. Die verschiedene Neigung der optischen Axe bei beiden Aufnahmen fällt viel weniger ins Gewicht. Durch eine Aenderung der Neigung wird das ganze Instrument in seinem Azimute nicht beeinflusst, während der Plattenwechsel leicht kleine Verstellungen auch im horizontalen Sinne herbeiführen kann. Aus letzterem Grunde haben wir uns zur Regel gemacht, nach jedem Plattenwechsel durch Einstellen des Fernrohres auf die Normalmire die Stellung des ganzen Instrumentes zu prüfen, bezw. wenn nothwendig, zu berichtigen, was naturgemäss immer einige Zeit beansprucht.

Die Geschwindigkeitsmessungen werden am besten bei Wolkenbewegungen parallel zur Basis vorgenommen, wie wir weiter unten näher begründen werden. Dann ist die Wolkenverschiebung im Bilde nahe parallel zur Bildhorizontalen. Die Zweitheilung der lichtempfindlichen Platte wurde daher in der Bildverticalen vorgenommen, um in der Basisrichtung selbst die ganze Plattenausdehnung ausnutzen zu können. In der Bildverticalen wird das Gesichtsfeld halbirt, d. h. für jede Aufnahme auf die Hälfte beschränkt; wir erhalten somit bei dem Wolkenphototheodoliten für jede Aufnahme ein Bildfeld von 12 cm Breite, aber nur 6 cm Höhe. Es fragt sich, ist dies genügend? Nach unseren Erfahrungen glaube ich diese Frage unbedingt mit ja beantworten zu sollen. Der Beobachter muss sich für jede Aufnahme eine bestimmte, gut begrenzte und am wenigsten sich ändernde Wolke aussuchen. Er muss die verschiedenen in Betracht kommenden Wolken hierauf prüfen und, wenn er die beste ausgewählt hat, diese richtig einstellen, was mit dem am Fernrohre befindlichen Diopter oder dem Augenmaasse nach leicht genug geschehen kann. Bei passender

Lage der ausgewählten Wolke im Bildfelde der Camera wird das erste Mal exponirt. Der Beobachter behält nach Neigung der Axe um 15 bis 20° die ausgewählte Wolke unablässig im Auge, verfolgt ihre Bewegung und sieht, ob sie ihre Gestalt nicht verändert. Sobald eine merkliche Gestaltveränderung eintritt, muss zum zweiten Male exponirt werden, denn sonst findet man keine identischen Punkte in beiden Bildern.

Dies Auswählen und Verfolgen einer bestimmten Wolke für beide Aufnahmen ist nothwendig, wenn man nicht auf unbestimmte Resultate hin arbeiten will. Man kann aber nicht gleichzeitig mehrere Wolken genau auf ihre Veränderung prüfen, man hat genug an einer. Zu deren Aufnahme genügt ein Bildfeld von 12 cm × 6 cm vollständig. Man findet bei guter Aufnahme in ihm mehr identische Punkte, als wie man ausrechnen und verwerthen kann. Vergl. Fig. 10. Im Falle aber, dass es sich um schöne Gesammtbilder von charakteristischen Wolkengebilden handelt, benutzt man nach Zurückschlagen des Schiebers das ganze Gesichtsfeld der Camera oder einen grösseren gewöhnlichen Photographenapparat.

Bei rasch vorüberziehenden Einzelwolken kann man wiederholte Aufnahmen auf derselben Platte machen, ohne an der Stellung des Instrumentes irgend etwas zu ändern. Die Wolkenbilder fallen dann oft theilweise über einander, besser markirte Partien treten aber trotzdem genügend hervor, um eine Identificirung correspondirender Punkte zu gestatten. Da man bei diesen Aufnahmen nur abwechselnd den Deckel der Camera zu öffnen und zu schliessen braucht, kann die Zwischenzeit zwischen zwei Aufnahmen nöthigen Falls sehr kurz genommen werden.

Später werden wir noch eine directe Messung der Wolkengeschwindigkeit durch Beobachtung ihres Bildes auf der Mattscheibe der Camera kennen lernen.

Zwischen diesen verschiedenen Messungsmethoden kann man für jeden Fall die passendste auswählen.

Zur Controle der Geschwindigkeitsbestimmung kann man direct nach dem Plattenwechsel bei ganz gleicher Stellung des Instrumentes eine zweite Aufnahme machen, am besten mit Vertauschung, bezw. Abwechselung des Signalgebers. Das Resultat der zweiten Bestimmung muss mit dem Ergebnisse der ersten bis auf die unvermeidlichen Beobachtungsfehler übereinstimmen, wenn in der Zwischenzeit keine wesentlichen Aenderungen in der Geschwindigkeit und der Bewegungsrichtung der Wolken an ein und derselben Stelle vorgekommen sind. Eine derartige vollständige und zweimalige Bestimmung zeigt das folgende Beispiel, welches als Gesammt-Beispiel in ausführlicher Form mitgetheilt wird. Es betrifft zwei

Doppelaufnahmen vom 13. November 1895. Die Instrumentalcorrectionen, welche auf S. 63 nach den Controlaufnahmen ermittelt wurden, sind diesen entsprechend an die Abscissen und Ordinaten der Bilder angebracht worden.

A.

13. November 1895.

Höhenwinkel 50^0. $12^h\ 14^m\ 18^s$.

Nr.	Abscisse x		p	Ordinate z		Mittel	Δz P.—Sch.	
	P.	Sch.		P.	Sch.			
	mm		mm		mm	mm	v	vv
1	— 11,6	— 18,3	6,7	— 31,35	— 31,55	— 31,45	+ 0,2	0,0400
2	— 6,8	— 12,9	6,1	— 29,35	— 29,5	29,4	+ 0,15	0,0225
3	— 6,95	— 13,45	6,5	— 26,7	— 26,85	26,8	+ 0,15	225
4	+ 5,3	— 1,65	6,95	— 24,7	— 24,9	24,8	+ 0,2	400
5	+ 4,75	— 2,45	7,2	— 19,45	— 19,55	19,5	+ 0,1	100
6	+ 3,2	— 4,0	7,2	— 17,5	— 17,5	17,5	0	0
7	+ 17,25	+ 10,15	7,1	— 23,4	— 23,35	23,4	— 0,05	25
8	+ 14,2	+ 7,05	7,15	— 21,35	— 21,45	21,4	+ 0,1	100
9	+ 38,2	+ 31,65	6,55	— 30,4	— 30,0	30,2	— 0,4	1600
10	+ 38,35	+ 31,5	6,85	— 27,6	— 27,5	27,55	— 0,1	100
11	+ 32,8	+ 26,2	6,6	— 22,25	— 22,0	22,1	— 0,25	625
12	+ 39,8	+ 32,45	7,35	— 12,3	— 12,45	— 14,4	+ 0,15	225
			6,85					0,4025

$$\Delta z = \sqrt{0{,}0335} = \pm\ 0{,}18\ \text{mm}$$

Zweite Aufnahme. Höhenwinkel 35^0. $12^h\ 15^m\ 1^s$.

1	— 32,0	— 39,4	7,4	+ 19,4	+ 19,4	+ 19,4	0	0
3	— 27,0	— 34,35	7,35	21,55	21,6	21,6	— 0,05	25
3	— 27,2	— 34,9	7,7	25,4	25,45	25,4	— 0,05	25
4	— 14,25	— 21,9	7,65	27,7	27,95	27,8	— 0,25	625
5	— 15,0	— 23,35	8,35	34,1	34,35	34,2	— 0,25	625
6	— 18,4	— 26,55	8,15	37,0	37,05	37,0	— 0,05	25
7	— 0,95	— 8,3	7,35	29,6	29,55	29,6	+ 0,05	25
8	— 5,05	— 13,1	8,05	32,0	32,1	32,0	— 0,1	100
9	+ 21,75	+ 14,5	7,25	20,8	20,95	20,9	— 0,15	225
10	+ 22,2	+ 14,55	7,65	23,65	24,15	23,9	— 0,5	2500
11	+ 15,75	+ 8,0	7,75	29,6	29,5	29,55	+ 0,1	100
12	+ 22,75	+ 14,05	8,7	42,0	42,15	42,1	— 0,15	225
			7,78					0,4500

$$\Delta z = \sqrt{0{,}0375}$$
$$\Delta z = \pm\ 0{,}19\ \text{mm}.$$

B.

13. November 1895.

Höhenwinkel 50^0. $12^h\ 20^m\ 8^s$.

Nr.	Abscisse x		p	Ordinate z		Mittel	Δz P.—Sch.	
	P.	Sch.		P.	Sch.			
	mm		mm	mm		mm	v	vv
1	+ 32,75	+ 26,65	6,1	— 39,05	— 39,2	— 39,1	+ 0,15	225
2	30,05	23,5	6,55	35,45	35,05	35,25	— 0,4	1600
3	30,15	23,4	6,75	29,4	29,4	29,4	0	0
4	31,7	24,85	6,85	28,3	28,4	28,35	+ 0,1	100
5	27,85	21,0	6,85	25,5	25,2	25,35	+ 0,3	900
6	40,7	33,55	7,15	30,65	30,65	30,65	0	0
7	44,3	37,5	6,8	30,0	29,8	29,9	— 0,2	400
8	42,25	35,5	6,75	28,4	28,7	28,55	+ 0,3	900
9	46,85	39,5	7,35	24,65	24,55	24,6	— 0,1	100
10	44,8	37,4	7,4	23,55	23,35	23,45	— 0,2	400
11	43,05	35,6	7,45	20,4	20,2	20,3	— 0,2	400
12	41,15	32,65	8,5	20,5	20,4	20,45	— 0,1	100
			7,04					0,5125

$$\Delta z = \pm \sqrt{0{,}0427}$$
$$\Delta z = \pm 0{,}21\ \text{mm}.$$

Zweite Aufnahme. Höhenwinkel 35^0. $12^h\ 20^m\ 52^s$.

1	+ 17,8	+ 11,25	6,55	+ 12,8	+ 13,0	+ 12,9	+ 0,2	400
2	13,6	6,6	7,0	17,9	17,6	17,75	— 0,3	900
3	14,45	7,05	7,4	24,3	24,5	24,4	+ 0,2	400
4	15,6	8,0	7,6	25,5	25,6	25,55	+ 0,1	100
5	11,45	3,65	7,8	29,45	29,45	29,45	0	0
6	26,0	18,5	7,5	23,1	23,5	23,3	+ 0,4	1600
7	30,5	22,6	7,9	24,45	24,65	24,55	+ 0,2	400
8	28,6	20,8	7,8	26,05	26,05	26,05	0	0
9	32,8	24,9	7,9	30,5	30,55	30,5	+ 0,05	25
10	30,7	22,65	8,05	31,55	31,6	31,6	+ 0,05	25
11	27,7	19,4	8,3	36,05	36,1	36,1	+ 0,05	25
12	26,2	17,75	8,45	35,15	35,25	35,2	+ 0,1	100
			7,69					0,3975

$$\Delta z = \pm \sqrt{0{,}0331}$$
$$\Delta z = \pm 0{,}18\ \text{mm}.$$

A.

13. November 1895.

1. $w = 50^0$; $12^h\ 14^m\ 18^s$
2. $w = 35^0$; $12^h\ 15^m\ 1^s$ } 43^s.

Nr.	1. E_1	2. E_2	1. Z_1	2. Z_2	1. X_1	2. X_2	ΔX X_2-X_1	1. Y_1	2. Y_2	ΔY Y_2-Y_1	$\Delta(X_2-X_1)$ v	vv	$\Delta(Y_2-Y_1)$ v	vv
1	5,05	4,57	— 1,05	+ 0,58	— 0,39	— 0,96	— 0,57	4,05	3,42	— 0,63	+ 1	1	+ 3	9
2	5,54	4,60	— 1,07	+ 0,65	— 0,25	— 0,82	0,57	4,40	3,40	1,00	+ 1	1	— 34	1156
3	5,20	4,39	— 0,91	+ 0,73	— 0,24	— 0,79	0,55	4,05	3,19	0,86	+ 3	9	— 22	484
4	4,86	4,42	— 0,79	+ 0,81	+ 0,17	— 0,41	0,58	3,75	3,18	0,57	0	0	+ 9	81
5	4,69	4,05	— 0,60	+ 0,91	+ 0,15	— 0,40	0,55	3,47	2,81	0,66	+ 3	9	0	0
6	4,69	4,15	— 0,54	+ 1,00	+ 0,10	— 0,50	0,60	3,45	2,85	0,60	— 2	4	+ 6	36
7	4,76	4,60	— 0,73	+ 0,89	+ 0,54	— 0,03	0,57	3,64	3,29	0,35	+ 1	1	+ 31	961
8	4,73	4,20	— 0,67	+ 0,88	+ 0,44	— 0,14	0,58	3,56	2,96	0,60	0	0	+ 6	36
9	5,16	4,66	— 1,04	+ 0,64	+ 1,30	+ 0,81	0,49	4,11	3,48	0,63	+ 9	81	+ 3	9
10	4,93	4,42	— 0,89	+ 0,69	+ 1,24	+ 0,64	0,60	3,86	3,25	0,61	— 2	4	+ 5	25
11	5,12	4,36	— 0,75	+ 0,85	+ 1,10	+ 0,45	0,65	3,87	3,10	0,77	— 7	49	— 11	121
12	4,60	3,89	— 0,37	+ 1,07	+ 1,20	+ 0,58	0,62	3,27	2,57	0,70	— 4	16	— 4	16
	4,94	4,36			0,60	0,54	— 0,58	3,79	3,29	— 0,66		175		2944

$$m_{\Delta x} = \sqrt{\frac{175}{11}} = \pm 40\,\text{m} \qquad m_{\Delta y} = \sqrt{268} = \pm 164\,\text{m}$$

B.

1. $w = 50^0$; $12^h\ 20^m\ 8^s$
2. $w = 35^0$; $12^h\ 20^m\ 52^s$ } 44^s.

1	5,54	5,16	— 1,43	+ 0,43	+ 1,19	+ 0,60	— 0,59	4,66	3,96	— 0,70	— 4	16	— 7	49
2	5,16	4,83	— 1,19	+ 0,56	+ 1,03	+ 0,43	0,60	4,23	3,65	0,58	— 5	25	+ 5	25
3	5,01	4,57	— 0,97	+ 0,73	+ 0,99	+ 0,43	0,56	3,98	3,34	0,64	— 1	1	— 1	1
4	4,93	4,45	— 0,92	+ 0,75	+ 1,03	+ 0,45	0,58	3,90	3,24	0,66	— 3	9	— 3	81
5	4,93	4,33	— 0,82	+ 0,84	+ 0,90	+ 0,32	0,58	3,81	3,10	0,71	— 3	9	— 8	81
6	4,73	4,51	— 0,95	+ 0,69	+ 1,26	+ 0,77	0,49	3,80	3,33	0,47	+ 6	36	+ 14	196
7	4,97	4,28	— 0,98	+ 0,69	+ 1,45	+ 0,86	0,59	3,95	3,12	0,83	— 4	16	— 20	400
8	5,01	4,33	— 0,94	+ 0,74	+ 1,39	+ 0,81	0,58	3,95	3,14	0,81	— 3	9	— 18	324
9	4,60	4,28	— 0,74	+ 0,86	+ 1,41	+ 0,92	0,49	3,55	3,04	0,51	+ 6	36	+ 12	144
10	4,57	4,20	— 0,70	+ 0,87	+ 1,34	+ 0,85	0,49	3,49	2,96	0,53	+ 6	33	+ 10	100
11	4,54	4,07	— 0,60	+ 0,96	+ 1,28	+ 0,74	0,54	3,40	2,80	0,60	+ 1	1	+ 3	9
12	4,31	4,00	— 0,58	+ 0,93	+ 1,16	+ 0,69	0,47	3,24	2,76	0,48	+ 8	64	+ 15	225
												248		1635

$$m_{\Delta x} = \pm\sqrt{\frac{248}{11}} = +47\,\text{m} \qquad m_{\Delta y} = \sqrt{14} = +122$$

Geschwindigkeit und Richtung der Bewegung.

Nr.	Horizontal Weg	Horizontal v m. p. s.	Azimut	1. H_1	2. H_2	$H_2 - H_1$	$\Delta (H_2 - H_1)$	
1	0,85	20	69^0	3,16	3,09	— 0,07	+ 0,05	25
2	1,16	27	57^0	3,55	3,16	— 0,39	+ 0,27	729
3	1,02	24	60^0	3,40	3,12	— 0,28	+ 0,14	196
4	0,82	19	72^0	3,23	3,20	— 0,03	— 0,09	81
5	0,86	20	67^0	3,20	3,08	— 0,12	0	0
6	0,85	20	72^0	3,25	3,20	— 0,05	— 0,07	49
7	0,67	16	85^0	3,20	3,37	+ 0,17	— 0,29	841
8	0,84	20	71^0	3,20	3,14	— 0,06	— 0,06	36
9	0,80	19	65^0	3,27	3,20	— 0,07	— 0,05	25
10	0,86	20	71^0	3,24	3,10	— 0,14	+ 0,02	4
11	1,01	23	67^0	3,44	3,20	— 0,24	+ 0,12	144
12	0,94	22	68^0	3,30	3,10	— 0,20	+ 0,08	64
		20,9	69^0	3,287	3,163	— 0,124		0,2194 : 11 = 0,0194

$$m_v = \sqrt{\frac{108}{11}} = \pm 3{,}1 \text{ m}$$

$$\mu_v = \pm 0{,}9 \text{ m}.$$

$$m_{\Delta H} = \pm 0{,}141 \text{ km}$$

$$\mu_{\Delta H} = \pm 0{,}041 \text{ km}$$

1	0,91	21	67^0	3,31	3,30	— 0,01	1
2	0,83	19	73^0	3,19	3,20	+ 0,01	1
3	0,85	20	68^0	3,21	3,22	+ 0,01	1
4	0,88	20	68^0	3,20	3,17	— 0,03	9
5	0,92	21	66^0	3,26	3,16	— 0,10	100
6	0,68	16	73^0	3,03	3,15	+ 0,12	144
7	1,02	24	62^0	3,17	3,00	— 0,17	289
8	1,00	23	62^0	3,23	3,09	— 0,14	196
9	0,71	17	71^0	3,06	3,15	+ 0,09	81
10	0,72	17	70^0	3,05	3,14	+ 0,09	81
11	0,81	19	69^0	3,10	3,14	+ 0,04	16
12	0,67	16	71^0	2,95	3,06	+ 0,11	121
		19,5	68^0	3,147	3,148	0	0,1040 : 11 = 0,0087

$$m_v = \pm \sqrt{\frac{79}{11}} = \pm 2{,}7 \text{ m}$$

$$\mu_v = \pm 0{,}8 \text{ m}$$

$$m_{\Delta H} = \pm 0{,}093 \text{ km}$$

$$\mu_{\Delta H} = \pm 0{,}027 \text{ km}$$

$V = 20{,}2 \text{ m} \pm 0{,}7 \text{ m}$; Azimut 68^0 = W—S—W.

Es wurden 12 identische Punkte in allen 8 Wolkenbildern ermittelt, von denen je zwei gleichzeitig aufgenommen worden sind. Die Mittelwerthe der 4 Parallaxenbestimmungen sind 6,85, 7,78,

7,04 und 7,69 mm. Die Entfernung der Wolken betrug hiernach 4 bis 5 km. Die Vergleichung der Bildordinaten ergiebt für Δz die 4 Mittelwerthe

$$\begin{aligned} \Delta z &= \pm 0{,}18 \text{ mm} \\ &\pm 0{,}19 \text{ „} \\ &\pm 0{,}21 \text{ „} \\ &\pm 0{,}18 \text{ „} \\ \Delta \bar{z} &= \pm 0{,}19 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Die Uebereinstimmung der vier Werthe von Δz ist durchaus befriedigend.

Die in Kilometern ausgedrückten Abscissen werden erhalten durch die Gleichung $X = \frac{x}{D} \cdot E$.

Die ebenfalls in Kilometern ausgedrückten Ordinaten Z in ganz analoger Weise durch $Z = \frac{z}{D} \cdot E$.

Die auf den Horizont bezogenen Ordinaten Y und Höhen H ergeben sich aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} Y &= E \cos w - Z \sin w, \\ H &= E \sin w + Z \cos w, \end{aligned}$$

wo für w die Werthe 50°, bezw. 35° zu setzen sind, entsprechend dem jeweiligen Höhenwinkel der optischen Axe. Wie diese Projection auf den Horizont in bequemer Weise graphisch ausgeführt werden kann, wird weiter unten bei Besprechung der Rechnungsarbeit mitgetheilt werden. Bildet man für jede Platte die den zwei Aufnahmen, welche in Zwischenzeiten von 43^s und 44^s auf einander folgten, entsprechenden Werthe von $X_2 - X_1$ und $Y_2 - Y_1$, so repräsentiren diese die Wege der Wolkenpunkte in der Horizontalprojection, die ersten in der Richtung der Abscissenaxe, d. h. parallel der Basis, die zweiten in der Richtung senkrecht zu ihr.

Die Wege in derselben Richtung sollten für ein und dieselbe Zwischenzeit unter sich übereinstimmen. Die Mittelwerthe für Platte I sind $X_2 - X = -0{,}58$ km und $Y_2 - Y_1 = -0{,}66$ km. Die Bewegung der Wolke war also annähernd unter 45° gegen die Basis gerichtet. Der mittlere Fehler von $X_2 - X_1$ berechnet sich aus den Abweichungen der einzelnen Werthe gegen ihr arithmetisches Mittel zu

$$m_{X_2 - X_1} = \pm \sqrt{\frac{175}{12-1}} = \pm 0{,}040 \text{ km} = \pm 40 \text{ m auf Platte I}$$

$$m_{X_2 - X_1} = \pm \sqrt{\frac{248}{12-1}} = \pm 0{,}047 \text{ km} = \pm 47 \text{ m auf Platte II.}$$

In gleicher Weise ergiebt sich für den mittleren Fehler von $Y_2 - Y_2$

$$m_{Y_2-Y_2} = \pm \sqrt{\frac{2944}{12-1}} = \pm 0{,}164\,\text{km} = \pm 164\,\text{m} \text{ auf Platte I}$$

$$m_{Y_2-Y_1} = \pm \sqrt{\frac{1635}{12-1}} = \pm 0{,}122\,\text{km} = \pm 122\,\text{m} \text{ auf Platte II.}$$

Es wird hiernach der mittlere Fehler in der Bestimmung von $Y_2 - Y_1$ erheblich grösser, wie in der Bestimmung von $X_2 - X_1$. Dies liegt begründet in der grösseren Einwirkung eines Fehlers in der Parallaxenbestimmung auf $Y_2 - Y_1$, da der Parallaxenfehler in der Ordinatenrichtung voll zur Geltung kommt. Bei Bewegungen der Wolken rechtwinkelig zur Basisrichtung erreicht er seinen grössten Einfluss. Zur Fehlerberechnung für $X_2 - X_1$ und $Y_2 - Y_1$ erhalten wir nach unseren früheren Bezeichnungen die Ausdrücke:

$$\Delta(X_2 - X_1)^2 = (E_1^2 + E_2^2)\left(\frac{m_x}{D}\right)^2 + (X_1^2 + X_2^2)\left(\frac{m_p}{p}\right)^2,$$

$$\Delta(Y_2 - Y_1)^2 = ({}_0H_1^2 + {}_0H_2^2)\left(\frac{m_x}{D}\right)^2 + (Y_1^2 + Y_2^2)\left(\frac{m_p}{p}\right)^2,$$

wenn wir die Grössen von $\frac{m_x}{D}$ und $\frac{m_p}{p}$ als unabhängig von einander betrachten, was bei ihrem grossen Unterschiede hier zur angenäherten Schätzung ihres Betrages und Einflusses mit hinreichender Annäherung geschehen kann.

Der Fehler in der Parallaxe $\frac{m_p}{p}$ überwiegt in seinem Einflusse auf $(Y_2 - Y_1)$ gegenüber $(X_2 - X_1)$ in dem Maasse, wie Y grösser ist als X. Er wird für beide ein Minimum im Zenith. Dort wird $E = H$.

Zur Berechnung der numerischen Beträge obiger Gleichungen hat man die Mittelwerthe nach A.:

$E_1^2 = 24{,}4$	$X_1^2 = 0{,}36$	$Y_1^2 = 14{,}4$	${}_0H_1^2 = 14{,}4$
$E_2^2 = 19{,}0$	$X_2^2 = 0{,}29$	$Y_2^2 = 10{,}8$	${}_0H_2^2 = 6{,}3$
43,4	0,65	25,2	20,7

$\Delta(X_2 - X_1) = \pm 0{,}04\,\text{m}$ $\quad$ $\Delta(Y_2 - Y_2) = \pm 0{,}164\,\text{m}$

$\Delta(X_2 - X_1)^2 = 0{,}0016\,\text{m}$ $\quad$ $\Delta(Y_2 - Y_1) = 0{,}0270\,\text{m}$

und somit die Gleichungen:

$$43{,}4\left(\frac{m_x}{D}\right)^2 + 0{,}65\left(\frac{m_p}{p}\right)^2 = 0{,}0016,$$

$$20{,}7\left(\frac{m_x}{D}\right)^2 + 25{,}2\left(\frac{m_p}{p}\right)^2 = 0{,}0270.$$

Die Fehlereinflüsse von $\frac{m_p}{p}$ auf $X_2 - X_1$ und $Y_2 - Y_1$ verhalten sich hier wie $\sqrt{0{,}65} : \sqrt{25{,}2}$, d. h. wie 1:6; diejenigen von $\frac{m_x}{D}$, wie $\sqrt{43{,}4} : \sqrt{20{,}7}$, wie 3:2. Da aber p zu D sich verhält wie 7,3 zu 152,3, d. h. die Bildweite $D = 152{,}3$ mm etwa 21 mal so gross ist als die Parallaxe p, so verschwindet der Einfluss von $\frac{m_x}{D}$ auf $Y_2 - Y_1$ gemäss der zweiten Gleichung vollständig gegenüber demjenigen von $\frac{m_p}{p}$, da ihre Coëfficienten 20,7 und 25,2 nicht sehr verschieden sind.

Durch Auflösen der beiden Gleichungen wird man daher m_x nicht wohl bestimmen können, wohl aber m_p.

Man kann hiernach schon annähernd setzen

$$25{,}2 \left(\frac{m_p}{p}\right)^2 = 0{,}027, \text{ woraus } \frac{m_p}{p} = 0{,}034$$

folgen würde. Multiplicirt man aber die zweite Gleichung mit $\frac{43{,}4}{20{,}7} = 2{,}1$ und zieht die erste von ihr ab, so bleibt

$$52{,}2 \left(\frac{m_p}{p}\right)^2 = 0{,}0551,$$

woraus

$$\frac{m_p}{p} = 0{,}033,$$

somit bis auf 0,001 der gleiche Werth, und mit $p = 7{,}2$ weiter

$$m_p = \pm 0{,}24 \text{ mm}$$

erhalten wird.

Aus B. ergiebt sich in gleicher Weise

$$m_p = \pm 0{,}13 \text{ mm},$$

im Mittel somit

$$m_p = \pm 0{,}19 \text{ mm},$$

also auch in diesem Beispiele wird im Mittel aus allen Bestimmungen für m_p und Δz wieder $m_p = \Delta z$; und zwar $m_p = \Delta z =$ rund $\pm$ 0,2 mm gefunden.

Die Gleichung

$$\Delta(Y_2 - Y_1)^2 = ({}_0H_1^2 + {}_0H_2^2)\left(\frac{m_x}{D}\right)^2 + (Y_1^2 + Y_2^2)\left(\frac{m_p}{p}\right)^2$$

zeigt, dass bei grossem Y und kleinem H nur das zweite Glied von Einfluss auf $Y_2 - Y_1$ ist. Dies giebt ein gutes Mittel zur möglichst genauen Bestimmung von m_p. Wir haben somit nun

zwei Wege zur Bestimmung des Parallaxenfehlers m_p kennen gelernt, einmal aus Zenithbeobachtungen horizontaler Wolkenunterflächen, und dann aus Geschwindigkeitsmessungen bei Wolkenbewegungen rechtwinkelig zur Basis bei grossem Abstande Y und geringer Wolkenhöhe [1]).

Geschwindigkeitsmessungen wird man im Allgemeinen bei Wolkenbewegungen parallel zur Basisrichtung weit sicherer ausführen können, als bei solchen senkrecht zu ihr und zwar um so viel mehr, je geringer die Neigung der optischen Axe ist. Dies ist bei Auswahl der Basis zu berücksichtigen, und es muss dieselbe daher thunlichst parallel zur Hauptbewegungsrichtung der Wolken gewählt werden. Gegen das Zenith zu nehmen die erwähnten Unterschiede mehr und mehr ab. Da im Zenith die Parallaxe selbst für jede Wolkenhöhe am grössten wird, so wird dort der Fehler in dieser Parallaxenbestimmung auf die Ableitung der horizontalen Geschwindigkeit den kleinsten Einfluss ausüben.

Aus den Werthen $X_2 - X_1$ und $Y_2 - Y_1$, d. h. den Wolkenbewegungen in der Richtung der Coordinatenaxen, findet man leicht — am bequemsten auf graphischem Wege — die horizontale Wolkengeschwindigkeit r für eine Zeitsecunde, und die Richtung R der Bewegung im Vergleiche zur Richtung der Basis selbst, bezw. das Azimut A derselben.

Diese Rechnung ergab für die Wolkengeschwindigkeit pro 1^s:

		Azimut	
$r_1 = 20{,}9\,\text{m} \pm 0{,}9\,\text{m}$		$R = 132^0$	$A = 69^0$
$r_2 = 19{,}5\,\text{m} \pm 0{,}8\,\text{m}$		$R = 131^0$	$A = 68^0$
$v = 20{,}2\,\text{m} \pm 0{,}7\,\text{m}$			$A = 68{,}5^0$.

Das Azimut der Basisrichtung Polytechnicum—Schleinitzstrasse ist von Norden gezählt 297^0. Das Azimut der Richtung, wohin die Wolken zogen, wird daher $297^0 + 131{,}5^0 = 68{,}5^0$, und woher sie kamen $248{,}5^0$, d. h. die Windrichtung West-Süd-West.

Die Ausrechnung der Höhen ergiebt die Mittelwerthe:

A.	B.
$H_1 = 3{,}287\,\text{km}$	$H_1 = 3{,}147\,\text{km}$
$H_2 = 3{,}163\,\text{km}$	$H_2 = 3{,}148\,\text{km}$
$H_2 - H_1 = -\ 0{,}124\,\text{km}$	$H_2 - H_1 = +\ 0{,}001\,\text{km}$.

Bei der zweiten Aufnahme werden die mittleren Höhen ganz gleich erhalten. Bei der ersten Aufnahme hingegen wird die zweite

[1]) In beiden Fällen wurde auf ganz verschiedenen Wegen derselbe numerische Werth von $m_p = \pm 0{,}2\,\text{mm}$ gefunden, und da auch $\Delta z = m_p = \pm 0{,}2\,\text{mm}$ sich ergab, dürfen diese Werthe als einigermaassen zuverlässig bestimmt angesehen werden.

Höhe um 124 m kleiner wie die erste, was einer abwärts gerichteten Bewegung von 2,9 m pro Secunde entsprechen würde. Die Abweichungen der $H_2 - H_1$ unter sich und von ihrem Mittel sind im ersten Falle viel grösser als im zweiten, so dass der aus diesen Abweichungen berechnete mittlere Fehler einer Bestimmung von $H_2 - H_1$ im ersten Falle $m_1 = \pm 141$ m, im zweiten $m_2 = \pm 93$ m wird. Die Δz werden in beiden Fällen ganz gleich, und zwar gleich $\pm$ 0,19 mm, so dass in der Ordinatenbestimmung, bezw. in ungleichzeitiger Beobachtung etc. der Grund nicht gesucht werden kann. Hingegen war m_p im ersten Falle $\pm$ 0,24 mm, im zweiten nur $\pm$ 0,13 mm, also im ersten Falle beinahe doppelt so gross wie im zweiten. Dies hängt mit der Veränderung des Wolkenbildes selbst zusammen, welche im ersten Falle bei etwas geringerer Zwischenzeit viel stärker war als im zweiten. In den berechneten Mittelwerthen von Δz kann dies nicht zu Tage treten, denn sie werden erhalten durch Vergleichung von je zwei gleichzeitig gemachten Aufnahmen, die $H_2 - H_1$ hingegen durch Vergleichung zweier durch die Zwischenzeit der Beobachtungen getrennten Aufnahmen, auf welche die ganze inzwischen vorgekommene Wolkenänderung einwirkt.

Die Wolken verändern sich am raschesten bei vertical gerichteter Bewegung; ist dieselbe aufwärts gerichtet, so findet Neubildung statt, bei abwärts gerichteter Bewegung hingegen Auflösung, und gerade diese letztere bewirkt sehr schnelle Veränderungen der Wolkengebilde. Der doppelt so grosse Werth von m_p bei der ersten Aufnahme gegenüber der zweiten weist auf sehr rasche Veränderung der Wolke im ersten Falle hin. Dieser Umstand, sowie das Aussehen der Wolke im Bilde machen eine abwärts gerichtete Bewegung bei der ersten Aufnahme wahrscheinlich; da diese nun durch die Messung direct angezeigt wird, und sich keine Fehlerquelle ausfindig machen lässt von solchem Betrage, dass die hinreichende Genauigkeit der Aufnahme zweifelhaft erscheinen könnte, so halte ich die abwärts gerichtete Wolkenbewegung in diesem Falle für nachgewiesen mit einem hohen Grade von Wahrscheinlichkeit. Berücksichtigt man die Kleinheit der Basis von 221,9 m gegenüber der Entfernung von 4 bis 5 km und der Höhe von 3 km, so kann nicht bezweifelt werden, dass die photogrammetrische Methode — richtig angewendet — die Möglichkeit gewährt, auch vertical gerichtete Wolkenbewegungen mit Sicherheit zu messen, was der directen Wolkenmessung zu erreichen seither nicht möglich war. — Bei ein und derselben Wolke können verschieden gerichtete Bewegungen der einzelnen Theile vorkommen. Die Gesammtbewegung in einem solchen Wolkengebilde, viel mehr noch in allen den Vorübergang eines Minimums begleitenden Wolkenerscheinungen unzweideutig durch die Messung festzustellen und darzulegen ist eine Aufgabe,

welche an die zielbewusste und sachgemässe Leitung der photogrammetrischen Aufnahmen im internationalen Wolkenjahre die höchsten Anforderungen stellt.

Die meisten niedrigeren Wolken ändern ihre Form so rasch, dass sie bereits nach einer Minute ganz anders aussehen können. Dies muss der Beobachter aufmerksam beachten und seine Expositionszeiten danach richten. Auch innerhalb derselben Wolkengebilde sind einzelne Partien oft viel rascheren Veränderungen unterworfen als andere. Das Beispiel (Fig. 10) zeigt zwei Aufnahmen, welche nur 30^s der Zeit nach aus einander liegen. Bei der zweiten Aufnahme, im Bilde der oberen, ist ein rechts unter der lang gestreckten mittleren Wolke liegendes Cumuluswölkchen des ersten Bildes bereits gänzlich verschwunden, während andere benachbarte Wolken noch vorhanden sind. Diese Veränderlichkeit der Wolkenformen erschwert das Identificiren der Punkte in zwei Aufnahmen sehr. Nimmt man die Zwischenzeit zu kurz, so ist bei nicht sehr starker Bewegung der Wolkenweg auf der Platte zu klein, wartet man zu lange, so ist die inzwischen eingetretene Formveränderung zu gross, um genaue Resultate erzielen zu lassen. Bei Geduld und Aufmerksamkeit führt aber die Photogrammetrie meist zum Ziele, da man nur einen günstigen Moment auszunutzen braucht, um mehrere gute Bestimmungen in einer Aufnahme zu vereinigen. Hierzu müssen allerdings alle bedingenden Umstände berücksichtigt und zur günstigsten Vereinigung geführt werden. Diese sind: 1. Scharfe Bilder. Diese zu erzielen bedarf es der Hülfe der Photographie und der photographischen Optik, um bis zu der Grenze zu gelangen, welche durch die Natur der Wolken bedingt ist. 2. Geeignete Instrumente und Eliminirung aller Fehlerquellen zur Erzielung des genauesten Resultates. 3. Günstige Wahl der Parallaxe, d. h. nicht zu klein und auch nicht zu gross, weil in beiden Fällen die Genauigkeit der Resultate geringer wird. 4. Präcisirung der Aufgabe durch eine klare und genaue Anleitung, bezw. Instruction für den Beobachter in Bezug auf Alles, was durch die photogrammetrische Aufnahme ermittelt und festgestellt werden soll. Nur dann wird es dem Beobachter möglich sein, die Messungen den jeweiligen Umständen so anzupassen, dass sie den zu erreichenden Zwecken thunlichst genügen und eine nutzlose Anhäufung von photographischen Aufnahmen vermieden wird.

Die im Vorstehenden mitgetheilten Aufnahmen und Messungen sind an den Endpunkten einer kleinen Basis von nur 221,9 m gemacht worden und tragen den Charakter von Versuchsmessungen. Diese Basis, Pfeiler Polytechnicum—Pfeiler Schleinitzstrasse, wurde durch Anschluss an die Dreieckspunkte der Landesaufnahme ihrer Länge und Lage nach festgelegt. Die Oberpostdirection Braunschweigs

hatte das freundliche Entgegenkommen, eine Telephonleitung zwischen den Endpunkten derselben herstellen zu lassen. Ausser diesen beiden einander nahe gelegenen zwei Punkten wurden zwei weitere Beobachtungsstationen geodätisch festgelegt, die eine auf dem Dache des Fabrikgebäudes der Voigtländer'schen optisch-photographischen Werkstätte, die zweite auf dem Aussichtsthurme der Villa Löbbecke. Die Entfernungen von der Station Polytechnicum, sowie die von Norden gezählten Azimute der drei Verbindungslinien mit ihm sind:

		Länge	Azimut
Polytechnicum	—Schleinitzstrasse	221,9 m	296° 58′
„	—Villa Löbbecke	832,7 m	256° 00′
„	—Fabrik Voigtländer	1874,7 m	176° 29′

Die Höhen der vier Stationen über NN sind:

Polytechnicum;	Schleinitzstrasse;	Villa Löbbecke;	Fabrik Voigtländer
93,7 m	88,5 m	89,8 m	89,6 m

Die Station Polytechnicum liegt einige Meter höher wie die drei anderen Stationen, doch sind alle Höhenunterschiede nur sehr gering. Die vier Stationen geben unter sich sechs Verbindungslinien, d. h. ebenso viel genau bekannte Grundlinien. Sämmtliche Längen und Höhen sind bis auf die Zehntel Meter, die Azimute bis auf die Minuten genau durch die Anschlussmessungen vom Landesvermessungsingenieur Seiffert, mit welchem zusammen ich alle mitgetheilten Aufnahmen und Berechnungen ausgeführt habe, bestimmt worden. Die Oberpostdirection hat uns ein weiteres Entgegenkommen durch Herstellung einer directen Telephonverbindung der Station Voigtländer mit dem Pfeiler auf dem Polytechnicum in Aussicht gestellt. Die Stationen Voigtländer und Löbbecke liegen im allgemeinen Telephonnetze.

Die vier genannten Beobachtungsstationen gewähren die Möglichkeit, da ihre sechs Abstände zwischen 200 und 2000 m variiren, und die Richtungen dieser Verbindungslinien alle Azimute beherrschen, zu sehr genauen und umfassenden Wolkenmessungen aller Art. Mechaniker O. Günther der Herzoglichen technischen Hochschule, welcher unsere Instrumente angefertigt und sich dem Bau photogrammetrischer Apparate mit Hingabe und Geschick gewidmet hat, fertigt jetzt fünf unserer Wolkenphototheodolite, von denen drei für das Centralobservatorium in Potsdam, zwei für Manila bestimmt sind. Diese Instrumente werden vor der Ablieferung hier genau geprüft werden, auch durch besondere Aufnahmen und Messungen. Dies setzt uns in den Stand, kurze Zeit hindurch alle vier Stationen mit Phototheodoliten zu besetzen und gleichzeitige Beobachtungen an allen zu machen. Hoffentlich gelingt es uns, diese Gelegenheit gut auszunutzen. Weit sicherere Resultate würden durch längere Beob-

achtungsreihen erhalten werden können. — Wie wir bereits gesehen haben und später weiter darlegen werden, ist die Genauigkeit der seither gemachten Wolkenmessungen vielfach überschätzt worden. Es kommen hier verschiedene Fehlerursachen in Betracht. Principiell ist die Genauigkeit einer Punktbestimmung durch Einschneiden desselben am grössten, wenn sich die zwei ihn einschneidenden Linien unter rechten Winkeln kreuzen. Dies ist richtig z. B. bei symmetrisch geformten, freiliegenden Signalen, ändert sich aber sehr bei in der Natur gegebenen Punkten. Um den Unterschied an einem Beispiele aus der geodätischen Photogrammetrie zu veranschaulichen, zeigt Fig. 11 zwei Aufnahmen einer Partie der nordöstlichen Felswand des Eigers im Berner Oberlande. Diese Aufnahmen wurden im Herbste 1895 bei den Vorarbeiten für die Jungfraubahn von uns gemacht, um die Lage der „Grindelwaldgallerie“ festzustellen, einer Station, welche rund 2000 m über dem gleichnamigen Bergdorfe in den unzugänglichen Felsenpartien für die genannte Bahnanlage projectirt ist. Die Visirlinien schneiden sich unter Winkeln von rund 45^0, und doch ist der Anblick der steil abfallenden Felswand der Art verändert, dass man identische Partien kaum wiederzuerkennen glaubt.

Eine grössere Anzahl von Punkten zur photogrammetrischen Vermessung genau genug in ihnen zu identificiren, ist nicht möglich. Schaltet man aber zwei weitere Aufnahmen gleichmässig zwischen diese beiden ein, so dass die Parallaxe für je zwei benachbarte Messungsstationen nur 15^0 beträgt, so gelingt es, mit genügender Schärfe in den betreffenden Bildern identische Punkte herauszufinden und zur Messung zu benutzen. Bei der seither nach Art der Messtischtopographie angewandten Photogrammetrie ist der mittlere Fehler einer Messung im Verhältnisse zu einer Parallaxe von 15^0 schon sehr gross. Bei der Aufnahme des Rosstrappefelsens im Harze fand ich bei einer mittleren Entfernung von 500 m und einer Parallaxe von rund 50^0 den mittleren Fehler einer Höhenbestimmung gleich $\pm$ 1,05 m, oder $\frac{1{,}05}{500} \times 3438' = \pm 7'$. Die Grösse Δz ist die Differenz zweier solcher Fehler, somit in diesem Falle gleich $10'$ zu setzen. Wir fanden $m_p = \Delta z$, und wenn $p = 50^0 = 3000'$ ist, so wird $\frac{m_p}{p} = {}^1/_{300}$. Der mittlere Fehler bei scharf begrenzten, regelmässigen Signalen, Kirchthurmspitzen etc. betrug für das benutzte Instrument bei horizontaler Lage der optischen Axe nur eine bis zwei Bogenminuten. Eine Genauigkeit von nur ${}^1/_{300}$ kann bei topographischen Hochgebirgsaufnahmen im Maassstabe 1 : 50 000 als ausreichend betrachtet werden, bei geodätischen Aufnahmen für technische Zwecke ist

dieselbe gänzlich unzureichend. Die Entfernung des Grindelwaldfelsens von den Aufnahmestationen kann der Terrainformation halber nicht unter 3000 m genommen werden. In dieser Entfernung beträgt die nothwendige Axenneigung noch 30° bis 40°. Bei einer Genauigkeit von $^1/_{300}$ würden die eingeschnittenen Punkte im Mittel um $\pm$ 10 m, in einzelnen Fällen aber um den doppelten und dreifachen Betrag unsicher sein. Der Maximalfehler wird gleich dem vierfachen Betrage des mittleren Fehlers gesetzt. Wenn also die Genauigkeit der photogrammetrischen Aufnahme selbst doppelt so gross gemacht werden könnte, was in Anbetracht der grossen Neigungen von 30° bis 40° mit verticaler Plattenstellung schwerlich erreicht werden dürfte, so würden immerhin noch Fehler von $\pm$ 10 m, gleich dem doppelten Betrage des mittleren Fehlers von $\pm$ 5 m mehrfach vorkommen. Eine solche Unsicherheit kann aber bei den Vorarbeiten für eine Jungfraubahn nur als unzulässig bezeichnet werden in Anbetracht der möglichen Unglücksfälle, naturgemäss nicht da, wo die Linie tief genug im Innern des Berges liegt, sondern überall da, wo sie sich der Oberfläche des Felsens zur Anlage von Ausbruchsstellen nähern oder für Stationsanlagen zu Tage treten soll. Es ist daher unthunlich, mit der seither gebräuchlichen photogrammetrischen Messungsmethode bei diesen Bahnaufnahmen die erforderliche Genauigkeit in allen Einzelheiten zu erzielen. Hingegen haben unsere Aufnahmen der Eigerwand mit den Phototheodoliten bei Ausmessung der Platten durch das Objectiv der Camera eine Genauigkeit von 1 : 4000, also rund eine zehnmal so grosse Sicherheit der Punktbestimmung ergeben.

Wir haben früher gezeigt, dass bei gut markirten und scharf abgebildeten Objecten mit dem Phototheodoliten eine Genauigkeit bis auf wenige Bogensecunden erreicht werden kann. Die mit ihm gemachten Aufnahmen der Eigerfelswand werden bei guter Beleuchtung so scharf, dass sie mit einem Fernrohre von zehnmaliger Vergrösserung sich genau ausmessen lassen. Stellt man zwei Phototheodolite mit in die Camera eingesetzten Bildern unmittelbar neben einander, so lassen sich correspondirende Punkte in beiden mit den Fernröhren betrachteten Glasnegativen sehr genau einstellen und bis auf Bruchtheile der Minute ausmessen. Der Reichthum an Einzelheiten in den Bildern, welche bei kleiner Parallaxe in allem Detail genau zu identificiren sind, ist bei der Betrachtung durch das Fernrohr so gross, dass man ihn unmöglich ganz verwerthen kann. Man muss sich beschränken, die best markirten und am meisten charakteristischen Terrainpunkte auszuwählen, deren Anzahl und Genauigkeit der Festlegung sich nach und nach immer mehr steigern lässt, wodurch

man in den Stand gesetzt wird, eine Genauigkeit und Sicherheit bis auf einzelne Meter zu erzielen, zumal wenn man nach Analogie der früher mitgetheilten Monddistanzmessungen die gesuchten, bezw. neu festzulegenden Terrainpunkte zwischen mit abgebildete, direct eingemessene Festpunkte einschaltet.

Diese für die Genauigkeit so sehr günstige Einschaltung zwischen gegebene Werthe ist bei der photogrammetrischen Wolkenmessung nur am Horizonte möglich. Die Veränderung der Bilder durch die Perspective bei Zunahme der Parallaxe ist im Allgemeinen bei Wolken noch grösser, wie bei terrestrischen Objecten. Die Schwierigkeit einer genauen Wolkenmessung ist daher nicht zu unterschätzen, zumal wenn es sich um Bewegungen in verticaler Richtung handelt. Doch zweifle ich nicht, dass es gelingen würde, bei einer längere Zeit hindurch fortgesetzten Wolkenmessung von unseren vier geodätisch bestimmten Stationen aus alle in Betracht kommenden Bewegungserscheinungen, sowie die unter günstigen Bedingungen erreichbare Genauigkeit für Wolkenmessungen unzweideutig festzustellen [1]).

VII. Genauigkeit der photogrammetrischen Wolkenmessung.

Zur angenäherten Bestimmung des Genauigkeitsverhältnisses zwischen photogrammetrischer und directer Wolkenmessung kann

---

[1]) Die hier mitgetheilten Beobachtungen und Messungen von Wolken sind durch private Beiträge ermöglicht worden. Nach einem öffentlichen Vortrage, in welchem ich auf die Wichtigkeit photogrammetrischer Wolkenmessungen für die Witterungskunde hinwies, sandte mir am anderen Morgen Bankier Meyersfeld tausend Mark zur freien Verfügung für genannten Zweck. Hierdurch wurden wir in den Stand gesetzt, den Wolkenphototheodoliten bauen zu lassen. Nach einem weiteren Vortrage über die Fortschritte der Photogrammetrie, gehalten vor den sechs hiesigen Vereinen naturwissenschaftlich-technischer Richtung, bildete sich ein Comité zur Förderung einer Betheiligung Braunschweigs an den internationalen Wolkenmessungen, für deren meteorologischen Theil Professor Möller die Leitung übernahm. Beiträge von Vereinen und Privaten, sowie das Entgegenkommen der Voigtländer'schen optisch-photographischen Werkstätte ermöglichten die zur Durchführung der nöthigen Installationen und der mitgetheilten Messungen erforderlichen Aufwendungen. Zu einer umfassenderen Betheiligung Braunschweigs an den beabsichtigten internationalen Messungen sind grössere Mittel erforderlich, die sich schwer durch private Beiträge, öffentliche Vorträge etc. zusammenbringen lassen. Vielleicht trägt diese Veröffentlichung dazu bei, unseren Bestrebungen, die photogrammetrische Messungsmethode zu einer grösseren Genauigkeit und Verwendbarkeit weiter auszubilden, im Interesse der Geodäsie und der Meteorologie neue Freunde zuzuführen, zumal die Photogrammetrie unzweifelhaft für die gesammte Erdkunde mehr und mehr mit ihrer Vervollkommnung an Bedeutung gewinnen wird.

folgender einfache Versuch dienen. Man stellt mit dem am Fernrohre des Phototheodoliten zur directen Wolkenbeobachtung angebrachten Diopter einen terrestrischen Gegenstand wiederholt ein und macht jedesmal eine Kreisablesung. Den gleichen Gegenstand stellt man ebenso wiederholt in seinem Bilde auf der matten Scheibe der Camera ein mit Hülfe der auf dieser gezogenen Haupthorizontale und Hauptverticale und liest ebenfalls nach jeder Einstellung ab. Die Abweichungen der einzelnen Ablesungen von ihrem Mittel geben einen Anhalt zur Berechnung des mittleren Einstellungsfehlers. Zwei solche Beobachtungsreihen ergaben folgende Abweichungen von ihren Mitteln in Bogenminuten:

	Diopter		Mattscheibe	
	f	ff	f	ff
1.	— 5,4	29,16	+ 0,1	0,01
2.	— 3,2	10,24	— 0,2	0,04
3.	+ 1,8	3,24	— 0,6	0,36
4.	+ 1,9	3,61	+ 1,0	1,00
5.	+ 4,3	18,49	+ 0,8	0,64
6.	+ 1,6	2,56	— 0,6	0,36
7.	+ 0,3	0,09	+ 0,6	0,36
8.	— 3,6	12,96	+ 0,3	0,09
9.	+ 3,3	10,89	— 0,5	0,25
10.	— 0,9	0,81	± 0	0
11.	+ 1,2	1,44	— 0,2	0,04
12.	— 2,6	6,76	— 1,2	1,44
		100,25		4,59

$$m = \pm \sqrt{\frac{100,25}{11}} = \pm 3,0' \qquad m = \pm \sqrt{\frac{4,59}{11}} = \pm 0,7'$$

Der mittlere Fehler einer Einstellung auf der Mattscheibe wird nur 0,7′, während er bei der Einstellung mit dem Diopter 3,0′ beträgt, also viermal so gross ist. Bei einem Diopter mit kleinem Schauloch ist der mittlere Einstellungsfehler etwas geringer. Zu Wolkenbeobachtungen muss aber das Schauloch grösser genommen werden, weil sonst in Folge des Lichtverlustes die Wolke gar nicht mehr zu sehen ist. Dies weist darauf hin, anstatt vermittelst eines Diopters die directe Wolkenmessung auf der Mattscheibe der Camera an dem Bilde derselben vorzunehmen. Hierauf werden wir später zurückkommen.

Wenn nun auch die Einstellung im Bilde viermal so genau ausgeführt werden kann, wie direct mit Hülfe des Diopters, so ist damit nicht gesagt, dass die photogrammetrische Wolkenmessung ebenso viel mal genauer ist, wie die directe. Es kommt die Bewegung der Wolke, die Verständigung über identische Punkte, die Wirkung der Perspective u. s. w. in Betracht. In Betreff der letzteren sind wir zu dem Resultate gelangt, dass man

die Parallaxe im Allgemeinen nicht über 15°, d. h. die Entfernung der Wolke nicht kleiner als die vierfache Basislänge wählen soll. Die Formeln für die mittleren Fehler der Coordinaten waren nach S. 53:

$$m_X = \pm \sqrt{E^2 \left(\frac{m_x}{D}\right)^2 + X^2 \left(\frac{m_p}{p}\right)^2}$$

$$m_Y = \pm \sqrt{H_0^2 \left(\frac{m_z}{D}\right)^2 + Y^2 \left(\frac{m_p}{p}\right)^2}$$

$$m_H = \pm \sqrt{Y_0^2 \left(\frac{m_z}{D}\right)^2 + H^2 \left(\frac{m_p}{p}\right)^2}$$

Hier sind m_x und m_z die Fehler einer Abscissen- bezw. einer Ordinatenmessung; m_p hingegen ist der Fehler der Parallaxe, welcher aus der Differenz zweier Abscissen abgeleitet wird. Es ist somit m_p grösser als der einfache Abscissen- oder Ordinatenfehler, und zwar im Verhältnisse von $\sqrt{2}:1$. Es ist aber, wie wir früher gesehen haben $\frac{m_p}{p} = \frac{m_p}{D} \cdot \frac{E}{B} = \frac{m_x}{D} \cdot \frac{E}{B} \cdot \sqrt{2}$.

Da nun bei der Wolkenmessung die Entfernung E nicht gut kleiner genommen werden kann als $4B$, so wird bei Wolkenmessungen $\frac{m_p}{p}$ wenigstens sechsmal so gross sein wie $\frac{m_z}{D}$ bezw. $\frac{m_x}{D}$; in den wichtigsten Fällen ist die Parallaxe aber kleiner und daher $\frac{m_p}{p}$ noch mehr überwiegend über den Einfluss von $\frac{m_z}{D} = \frac{m_x}{D}$. Da der mittlere Fehler seiner Natur nach nur eine „Schätzung“ der Genauigkeit vorstellt, und der Einfluss des ersten Gliedes unter dem Wurzelzeichen gegenüber dem zweiten in den meisten Fällen sehr zurücktritt, so genügt es für viele Zwecke als Näherung zu setzen:

$$m_X = X \frac{m_p}{p}$$

$$m_Y = Y \frac{m_p}{p}$$

$$m_H = H \frac{m_p}{p}.$$

Alle drei Coordinaten sind somit wesentlich bedingt durch den Fehler in der Parallaxe. Wir fanden $m_p = \Delta z = 0{,}2\,\text{mm}$. Es ist

$$p = \frac{D.B}{E}, \text{ somit } \frac{m_p}{p} = \frac{m_p}{D} \cdot \frac{E}{B} = \frac{0{,}2}{152{,}3} \cdot \frac{E}{B}.$$

Setzen wir $B = 1$, d. h. drücken wir die Entfernung E in Einheiten der Basis aus, so wird

$$\frac{m_p}{p} = \frac{1}{760} \cdot (E) \cdot$$

Für $E = 4\,B$ wird

$$\frac{m_p}{p} = \frac{4}{760} \equiv \frac{1}{200} = 0{,}5 \text{ Proc.;}$$

für $E = 8\,B$ wird

$$\frac{m_p}{p} = \frac{8}{760} \equiv \frac{1}{100} = 1 \text{ Proc.}$$

Die Genauigkeit der Resultate wächst im Allgemeinen mit der Quadratwurzel aus der Anzahl der Beobachtungen. Macht man vier unabhängige Bestimmungen, so hat das Mittel derselben die doppelte Genauigkeit. Mehrere Bestimmungen, mit Hülfe ein und derselben Aufnahme, bezw. Platte ausgeführt, sind in Bezug auf Instrumentalfehler nicht unabhängig, wohl aber in Bezug auf Identificirung der Wolkenpunkte. Da der unvermeidliche Fehler in letzterer Hinsicht den ersteren überwiegt, so werden vier Beobachtungen die Genauigkeit wesentlich zu vermehren im Stande sein, eine sehr grosse Zahl aber nicht im Verhältnisse zur Quadratwurzel aus ihrer Anzahl. Man kann somit dem Mittel aus neun Messungen auf einer Platte nicht die dreifache, aus 16 nicht die vierfache Genauigkeit gegenüber einer einfachen Messung beilegen, und wenn wir meist eine grosse Zahl von Punkten auf jeder Platte zur Vergleichung herangezogen haben, so geschah dies vornehmlich der Vergleichung halber, und zur Bestimmung der Mittelwerthe von Δz, bezw. m_p, nicht aber in der Meinung, die Endresultate entsprechend genauer zu gestalten. Hierfür ist es weit vortheilhafter, auf einer Platte nur einige sicher identificirte Punkte zu nehmen und die Zahl der Platten, d. h. der Aufnahmen, sowie, wenn irgend thunlich, auch die Zahl der Beobachtungsstationen zu vermehren, da man im letzten Falle die sichersten Bestimmungen erzielen kann. Vier bis sechs gut identificirte Punkte auf einer Platte sind ausreichend, um $\Delta z = m_p$ im Mittel nicht grösser als 0,2 mm werden zu lassen, und ich glaube in Betreff der erreichbaren Genauigkeit der Wolkenmessungen auf dem im Vorstehenden beschriebenen photogrammetrischen Wege aus unseren Messungen mit genügender Sicherheit den Schluss ziehen zu können:

„Bei Entfernungen der Wolken, welche zwischen der vierfachen und der zehnfachen Länge der Basis liegen, lässt sich durch eine photogrammetrische Aufnahme mit vier bis sechs gut identificirten Punkten für die Mittelwerthe der Coordinaten X, Y und H eine mittlere Ge-

nauigkeit von einem Procent ihres jeweiligen Werthes erzielen.“

Bei grossen Entfernungen [1]) kommt der Kleinheit der Parallaxe die nähere Identität der Bilder zu statten, bei kleineren Entfernungen der weniger voll ausgesprochenen Gleichheit der Bilder die grössere Parallaxe.

Nach obiger Genauigkeit der Coordinatenbestimmung ist auch die Genauigkeit der Geschwindigkeitsmessungen zu beurtheilen, doch wird diese sehr wesentlich bedingt durch die mehr oder minder schnelle Formveränderung der Wolken, die auf die Genauigkeit von Geschwindigkeitsmessungen weit störender einwirkt, wie auf die Sicherheit der Coordinatenbestimmung.

Verticale Wolkenbewegungen wird man ihres geringen Betrages halber mit voller Sicherheit meist nur aus gleichzeitigen Beobachtungen von mehr als zwei Standpunkten aus zu bestimmen im Stande sein.

Drei Beobachtungsstationen legt man zweckmässig so, dass die Entfernungen rund 700 m und 2000 m betragen, und die Standpunkte ein rechtwinkeliges Dreieck bilden, dessen Seiten den Hauptbewegungsrichtungen der Wolken entsprechen. Eine Vergleichung vorstehender Ergebnisse mit den Resultaten anderer Wolkenmessungen folgt weiter unten.

VIII. Die Berechnungen der Wolkenmessungen.

Bei photogrammetrischen Aufnahmen noch weit mehr wie bei directen Messungen kommt es darauf an, wenn dieselben, wie z. B. bei den Wolkenmessungen, in grosser Zahl ausgeführt werden sollen, die Rechnungen in thunlichst einfache und bequeme Form zu bringen, denn sonst gelangt man sehr bald an die Grenze der Möglichkeit, das erlangte Beobachtungsmaterial entsprechend verwerthen zu können. Eine Vereinfachung der Berechnungsarbeit wird aber nur soweit als zulässig betrachtet werden dürfen, als durch sie die Genauigkeit der Resultate nicht wesentlich beeinträchtigt wird. Dies gilt bei Wolkenmessungen in erster Linie in Bezug auf die Ermittelung der Parallaxe. Die Beobachtung selbst wird, wie wir gesehen haben, am vortheilhaftesten und die Berechnung am einfachsten bei Parallelstellung der optischen Axen normal zur Basisprojection. Diese Stellung wird daher derart zu bevorzugen sein, dass man sie, wenn nur irgend möglich, auch anwendet. Es ist dies meist unschwer zu erreichen, wenn man

[1]) Von dem Einflusse der Erdkrümmung und Refraction kann abgesehen werden, da derselbe z. B. auf 10 km Entfernung nur 7 m ausmacht.

nur beim Beobachten wartet, bis passende Wolken in die Zone des Himmels kommen, welche die Instrumente bei ihrer Normalstellung aufzunehmen gestatten. Nur in einzelnen wichtigen Fällen wird man hiervon eine Ausnahme machen, und dann die Höhenwinkel und Azimute durch directe Winkelmessung durch das Objectiv der Camera bestimmen, wie dies früher beschrieben wurde. Auch in diesem Falle ist es am einfachsten und zugleich am anschaulichsten, zunächst die Abscissen und Ordinaten derjenigen Bilder zu berechnen, welche sich bei normaler Stellung der optischen Axen auf einer genügend grossen Bildplatte ergeben haben würden. Dann bleibt die weitere Rechnung dieselbe wie bei der Normalstellung.

Die Bestimmung identischer Punkte ist nach der Entwickelung der aufgenommenen Platten die erste Arbeit. Durch diese wird die Genauigkeit der Resultate hauptsächlich bedingt, auf sie ist daher auch alle Sorgfalt zu verwenden. Ebenso auf die Ablesung der Bildcoordinaten der möglichst fein in die Schicht eingestochenen Punkte, welche mit Hülfe eines guten Millimeternetzes auf Glas bis auf 0,05 mm genau ausgeführt werden kann. Die Differenz der Abscissen giebt die Parallaxe p.

Bei Zenithaufnahmen wird, wie wir gesehen haben, für Punkte in der unteren horizontalen Begrenzungsfläche der Wolke die Parallaxe nahezu gleiche Werthe annehmen. Die Ordinaten werden ebenfalls gleich, wenn beide Beobachtungsstationen gleiche Höhe haben. Es werden somit sämmtliche eingestochenen Punkte sich beim Aufeinanderlegen der beiden Bilder zum Decken bringen lassen bis auf kleine Abweichungen, welche durch die Beobachtungsfehler etc. veranlasst worden sind. Die Nullpunkte, von denen aus die Abscissen gezählt sind, werden dann um den Werth der Parallaxe $p = x_2 - x_1$ von einander abstehen, und wenn man diesen Abstand p der durch den Schnitt der Hauptlinien, bezw. der Markenlinien bezeichneten Bildmitten misst, so erhält man direct den Mittelwerth der Parallaxe p. In solcher Weise wurde bei den Zenithaufnahmen des Observatoriums in Kew verfahren. Wie man leicht sieht, kann man in analoger Weise vorgehen bei allen mit Parallelstellung der optischen Axen gemachten Aufnahmen, um direct einen Mittelwerth der Parallaxe zu erhalten, der Verlust an Genauigkeit aber, der mit diesem Verfahren verbunden ist, lässt seine Anwendung wenig rathsam erscheinen, zumal keine grosse Zeitersparniss mit ihm erreicht wird, wenn die Punkte erst eingestochen werden müssen. Ein Versuch aber, die Wolkenbilder nur nach ihren Umrissen zur Deckung zu bringen, zeigt direct, welche Willkür und Unsicherheit hier unvermeidlich ist. Wir haben es am vortheilhaftesten

gefunden, die Abscissen für sich und die Ordinaten für sich abzulesen, da es dann nur nothwendig ist, die Nulllinien des Glasgitters jedesmal mit einer Markenlinie genau zum Zusammenfallen zu bringen, was viel leichter geschieht, als mit beiden zu gleicher Zeit.

Aus der Parallaxe p rechnet man mit Hülfe der bekannten Bildweite D und der Basis B die Entfernung E nach der Gleichung:

$$E = \frac{D}{p} \cdot B.$$

Diese Gleichung lässt sich bequem in eine numerische Tafel bringen. Mit $B = 221{,}9\,\text{m}$ und $D = 152{,}3\,\text{mm}$ gaben wir unserer Hülfstafel die folgende Form:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	33,80	30,37	28,17	26,00	24,15	22,54	21,13	19,88	18,73	17,79	16,90
2.	16,90	16,10	15,36	14,70	14,08	13,52	13,00	12,52	12,07	11,66	11,27
3.	11,27	10,90	10,56	10,24	9,94	9,66	9,39	9,14	8,90	8,67	8,45
4.	8,45	8,24	8,05	7,86	7,68	7,51	7,35	7,19	7,04	6,90	6,76
5.	6,76	6,63	6,50	6,38	6,26	6,15	6,04	5,93	5,83	5,73	5,63
6.	5,63	5,54	5,45	5,36	5,28	5,20	5,12	5,05	4,97	4,90	4,83
7.	4,83	4,76	4,69	4,63	4,57	4,51	4,45	4,39	4,33	4,28	4,22
8.	4,22	4,17	4,12	4,07	4,02	3,98	3,93	3,89	3,84	3,80	3,76
9.	3,76	3,71	3,67	3,63	3,60	3,56	3,52	3,48	3,45	3,42	3,38

An dieser Tafel erhält man z. B. mit einer Parallaxe von 4,5 mm die Entfernung $E = 7{,}51\,\text{km}$, und mit einer Parallaxe von 45,0 mm die Entfernung $E = 0{,}751\,\text{km} = 751\,\text{m}$. Um nicht interpoliren zu müssen, wird die Tabelle für den praktischen Gebrauch etwas ausführlicher angelegt, d. h. mit einer Decimalstelle mehr. Dann ist sie sehr bequem.

Nachdem auf solche Weise E gefunden wurde, hat man weiter zu berechnen:

$$Z = \frac{z}{D} \cdot E \quad \text{und} \quad X = \frac{x}{D} \cdot E.$$

Diese beiden Gleichungen sind identisch, wenn man $x = z$ setzt. Sie können, da x und z in Millimetern im Bilde abgelesen werden und gleiche Grenzwerthe haben, bequem in dieselbe Hülfstafel gebracht werden, welcher man am besten eine graphische Form [1]) giebt, da zwei Veränderliche E und z, bezw. x zu berücksichtigen sind. Dann ist die Berechnung von Z und X ebenso bequem, wie vorher die Berechnung von E.

[1]) Vgl. Vogler, Anleitung zum Entwerfen graphischer Tafeln. Berlin 1877.

Schliesslich bleibt noch die Projection der gefundenen rechtwinkeligen Abstände auf den Horizont der Station nach den Gleichungen:

$$X = X$$
$$Y = E\cos w - Z\sin w$$
$$H = E\sin w + Z\cos w.$$

Diese Projection geschieht hinreichend genau und sehr bequem mit einem Strahlendiagramme und einem durchsichtigen Lineale. Man zeichnet auf quadrirtes Papier, am einfachsten auf Doppelmillimeterpapier von einer Ecke aus Strahlen für die Höhenwinkel von 0^0 bis 90^0, und schlägt um den Ausgangspunkt concentrische Kreise für Entfernungen, von einem zum anderen Doppelcentimeter fortschreitend, bis zu 20 oder 25 Doppelcentimetern, von denen jeder einen Kilometer für die Entfernung E repräsentirt. Legt man nun ein Lineal in der Entfernung E mit seinem Nullpunkte an den Strahl, welcher dem Höhenwinkel w entspricht, so an, dass es den Kreisbogen tangirt, also rechtwinkelig zum Strahle des Winkels w steht, so liest man bei der Stelle dieses Lineales, welche dem jedesmaligen Werthe von Z entspricht, an der quadratischen Grundtheilung unmittelbar ab:

$$Y = E\cos w - Z\sin w$$
$$H = E\sin w + Z\cos w.$$

Das Lineal wird am besten durchsichtig genommen. Dann kann man einen in seinem Nullpunkte senkrecht zu seiner Längstheilung gezogenen Strich direct auf den Winkelstrahl w legen, um die Linealtheilung rechtwinkelig zur Strahlrichtung zu haben. Theilt man diesen Anlegestrich in Doppelmillimeter, so entspricht ein Intervall 0,1 km, und man kann beim Anlegen des Lineales für die Entfernung E bequem 0,01 km schätzen. Die Theilung für E wurde bis $E = 25$ km gewählt. Für kleinere Entfernungen bis zu 2,5 km kann dieselbe in ihrer Gesammtausdehnung zu 2,5 km angenommen werden. Man erhält somit mit demselben Diagramme bis zu Wolkenentfernungen von 2,5 km durch Schätzung der Zehnteldoppelmillimeter die einzelnen Meter, von 2,5 bis 25 km die zweite Decimale des Kilometers, was für bei Weitem die meisten Fälle genügt.

Vereinzelte Beispiele kann man erforderlichen Falles leicht numerisch genauer berechnen.

Was die zur Berechnung einer vollständigen Wolkenaufnahme nothwendige Arbeitszeit anbelangt, so kann man es dahin bringen, mit vorgenannten Hülfsmitteln eine Doppelaufnahme mit je vier gut identificirten Punkten in jedem der vier Bilder in einer Stunde vollständig zu verarbeiten, d. h. mittlere Werthe für die Höhe,

die Geschwindigkeit und die Richtung der Bewegung abzuleiten. Die Geschwindigkeit und die Bewegungsrichtung findet man ebenfalls am einfachsten auf graphischem Wege, indem man die Werthe $X_2 - X_1$ und $Y_2 - Y_1$ auf Doppelmillimeterpapier aufträgt, und die Länge der Hypotenuse, sowie ihre Richtung gegen die Abscissenaxe, welche hier die Basis repräsentirt, abliest. Legt man einen Transporteur so an die Abscissenaxe als Basis an, dass an ihr das Azimut der Basisrichtung abgelesen wird, so liest man in der Richtung der Hypotenuse unmittelbar das Azimut der Bewegungsrichtung ab. Die Länge der Hypotenuse, dividirt durch die Zwischenzeit der Beobachtungen in Secunden, giebt die Wolken- bezw. Windgeschwindigkeit in einer Secunde. Diese Division macht man hinreichend genau mit dem Rechenschieber, welcher bei der ganzen Berechnungsarbeit gute Dienste leistet.

Die Verarbeitung einer vollständigen Doppelaufnahme in einer Stunde kann als Maximalleistung angesehen werden. Im Allgemeinen wird man nicht darauf rechnen dürfen, mehr als sechs vollständige Aufnahmen an einem Tage rechnerisch verarbeiten zu können. Diese sechs Aufnahmen verlangen aber meist noch keine Stunde Zeit zur Beobachtung. Sollen nun tägliche Aufnahmen und zwar mehrere Male wiederholt stattfinden, so ist eine genaue Auswahl und Präcisirung dessen, was beobachtet und aufgenommen werden soll, für eine rationelle Verwerthung im Hinblick auf die Rechnung und die abzuleitenden Endresultate von grösster Bedeutung. Dies gilt nicht nur für ein Observatorium, sondern für die Gesammtheit aller Theilnehmer an der internationalen Wolkenmessung. Bestimmt gesteckte Ziele, welche nach einem einheitlichen Arbeitsplane anzustreben sind, werden leichter zu erreichen sein, als die Verarbeitung eines regellos aufgehäuften photogrammetrischen Beobachtungsmateriales, dessen Massenhaftigkeit zur entsprechenden Verwerthung einen Arbeitsaufwand verlangt, der zum Erfolge in einem sehr ungünstigen Verhältnisse stehen kann.

IX. Das Wolkenäquatoreal und die Benutzung des Phototheodoliten zu directen Wolkenmessungen.

Denkt man sich in dem Dreiecke zwischen der Basis und den beiden aus ihren Endpunkten nach dem eingeschnittenen Wolkenpunkte gezogenen Visirstrahlen die beiden Winkel an der Basis bestimmt, so kann man dieses Dreieck auflösen und die Entfernungen des Wolkenpunktes von den Basisenden berechnen. Misst man dann noch die Neigung der Dreiecksfläche gegen den Horizont,

so kann man das Dreieck auf diesen projiciren, und die auf Horizont und Basis bezogenen rechtwinkeligen Coordinaten X, Y und H des eingeschnittenen Wolkenpunktes ableiten. Bei der directen Winkelmessung mit dem Theodoliten misst man nicht die Basiswinkel selbst, sondern ihre Projectionen auf den Horizont und berechnet aus ihnen das auf den Horizont projicirte Dreieck, nicht aber das Dreieck, welches die Visirstrahlen selbst mit der Basis einschliessen. Nils Ekholm hat, um die genannten Basiswinkel direct zu messen, nach einem Vorschlage von Lettry ein Instrument construirt, welches er Wolkenäquatoreal nennt. Denkt man sich einen Theodoliten so aufgestellt, dass seine sonst vertical gerichtete Umdrehungsaxe in die Richtung der Basis fällt, also horizontal liegt, wenn die Basis horizontal ist, so wird sein früherer Höhenkreis bei einer Drehung des Fernrohres um seine Axe und Einstellung auf den Wolkenpunkt immer mit der Ebene des Dreiecks zwischen Basis und Wolkenpunkt zusammenfallen. Die Winkel in dieser Dreiecksebene zwischen Visirstrahl und Basis können somit an ihm direct abgelesen, bezw. gemessen werden. Am Azimutkreise aber, welcher nun senkrecht auf der Basisrichtung steht, wird man die Neigung des erwähnten Dreiecks ablesen können. Stellt man zwei solche Instrumente an den Enden einer Basis so auf, dass ihre Umdrehungsaxen in die Richtung der Basis, somit in ein und dieselbe Gerade fallen, so werden sich bei genauer Orientirung dieser Instrumente an den Azimutalkreisen gleiche Ablesungen für die Neigung der mehr erwähnten Dreiecksfläche ergeben müssen, vorausgesetzt, dass auf beiden Stationen genau der gleiche Wolkenpunkt eingestellt wurde. In der Gleichheit dieser Ablesungen liegt daher eine Controle dafür, dass beide Beobachter ein und denselben Punkt gleichzeitig anvisiren, und diese Controle kann bei der directen Winkelmessung mit solchen Wolkenäquatorealen dazu benutzt werden, um grobe Irrthümer beim Einstellen der Wolkenpunkte zu vermeiden, bezw. das Auffinden identischer Wolkenpunkte bei telephonischer Verständigung zu erleichtern. Ein weiterer Vortheil der Wolkenäquatoreale ist der, dass die beiden Winkel an der Basis des Dreiecks, welche hier direct gemessen werden, in der Ergänzung ihrer Summe zu 180^0 die Parallaxe des anvisirten Punktes geben, diese somit sehr einfach direct zu bestimmen gestatten. Unter dem Titel „A new instrument for cloud measurements“, Quart. Journ. of the Royal Met. Soc. XIX, 1893, beschreibt Nils Ekholm das von ihm construirte Wolkenäquatoreal, welches ein Fussgestell hat, ähnlich demjenigen eines transportabeln Passageinstrumentes. In der horizontalen Umdrehungsaxe, welche durchbohrt ist, liegt die zweite Drehaxe, an deren einem Ende sich das Visirrohr befindet, wäh-

rend am anderen Ende eine Camera zu photographischen Aufnahmen angebracht werden kann. Um das Instrument bequem und sicher handhaben zu können, würde man nach Nils Ekholm die Axenlager desselben am besten auf zwei festen Steinpfeilern anbringen, zwischen denen der Beobachter steht, analog wie beim Meridiankreise der Astronomen. Eine Durchbohrung der Horizontalaxe würde eine genaue Einstellung derselben in die Basisrichtung sehr erleichtern, wenn die Basisenden gegenseitig sichtbar sind.

Als Vortheile bei Anwendung der Wolkenäquatoreale anstatt der Wolkentheodolite sind zu betrachten:

1. Directe Bestimmung des Dreiecks zwischen dem anvisirten Wolkenpunkte und der Basis.
2. Directe Bestimmung der Parallaxe, so dass diese passend ausgewählt werden kann.
3. Erleichterte Identificirung gleichzeitig einzuschneidender Punkte, weil die Neigungen der Visirstrahlen gleich werden müssen.
4. Bequemere Rechnung, weil einfache Formeln genügende Genauigkeit gewähren.

Diesen Vortheilen stehen auch Nachtheile gegenüber, welche ein so gewiegter Beobachter, wie Nils Ekholm, gewiss nicht verkannt haben wird. In Bezug auf Genauigkeit der Messung verhält sich sein Aequatoreal zum Theodoliten, wie in der Astronomie das Aequatoreal zum Meridiankreise. Mit letzterem werden die absoluten Winkelmessungen gemacht, nicht mit ersterem, weil bei ihm die Genauigkeit eine geringere wird. Wenn sich nun mit dem Phototheodoliten alle wesentlichen Vortheile der vorgeschlagenen Wolkenäquatoreale durch eine passende Beobachtungsmethode erzielen lassen, ohne die erwähnten Nachtheile mit in den Kauf nehmen zu müssen, so wird man ihm den Vorzug geben. Bei der im Vorstehenden beschriebenen Wolkenbeobachtungsmethode mit parallel unter sich und normal zur Basis gestellten optischen Axen wird das Dreieck zwischen Wolkenpunkt und Basis immer auf diejenige Ebene projicirt, welche man sich durch die Basis, bezw. ihre Projection auf den Horizont und die beiden parallelen optischen Axen gelegt denkt. Die Neigung des erwähnten Dreiecks gegen diese Ebene wird im Maximum gleich dem halben Bildwinkel werden können. Die Projection ist daher in allen Fällen hinreichend sicher und genau auszuführen. Die Berechnung der rechtwinkeligen Coordinaten ist die denkbar einfachste. Die mittleren Fehler in der Parallaxen- und der Höhenbestimmung können mit Sicherheit leicht ermittelt werden. Dies betrifft die photographische Methode als solche. Es kann aber auch der Photo-

theodolit mit Vortheil zur directen Wolkenmessung benutzt werden. Auf eine solche Verwerthung desselben ist ganz besonderes Gewicht zu legen, da sie eine wesentliche Ergänzung der photogrammetrischen Methode bildet, die in vielen Fällen, namentlich bei Geschwindigkeitsmessungen, den Vorzug verdient.

Es wurde bereits gezeigt, dass die Einstellung des Wolkenbildes auf der Mattscheibe der Camera eine weit grössere Genauigkeit gewährt, als die Benutzung des Diopters zur directen Einmessung der Wolkenpunkte. Erstere ist daher vorzuziehen und das Diopter thunlichst bei Seite zu lassen. Versieht man die Mattscheibe mit einer Millimeternetztheilung, so kann man beim Beobachten mit parallel unter sich und normal zur Basisprojection gestellten optischen Axen nach Identificirung der Punkte unmittelbar ihre Coordinaten im Bilde ablesen. Die Differenz der Abscissen ist die jeweilige Parallaxe, der Unterschied der Ordinaten der Fehler der Einstellung auf identische Punkte, wenn die Basis horizontal liegt. Bei geneigter Basis müssen die Ordinaten sich um einen Betrag unterscheiden, der bei gegebenem Höhenunterschiede der Basisendpunkte von der Parallaxe und dem Höhenwinkel der optischen Axen abhängt. Dieser Betrag wird stets nur gering und leicht zu berechnen sein, wenn man ihn berücksichtigen will.

Die bequemste Beobachtungsart ist hier nicht mehr die gleichzeitige, an welche man bei Diopterein stellungen gebunden war, sondern jeder Beobachter kann den Durchgang des Wolkenpunktes durch die Verticalstriche seines Netzes nach seiner Uhr beobachten und die dem Strichantritte entsprechende Ordinate ablesen. Die Vergleichung der Uhren beider Beobachter gestattet eine Reduction der gemachten Messungen auf gleiche Zeiten, sowie die Wahl bequemer Zeitintervalle zur Geschwindigkeitsbestimmung. Steht ein Chronograph zur Verfügung, so können die Wolkendurchgänge wie die Fadenantritte bei Sterndurchgängen registrirt werden, und braucht der Beobachter nur die jedesmaligen Ordinaten bei den Durchgängen zu notiren. Die Hauptschwierigkeit bei solchen directen Beobachtungen ist die Identificirung der Wolkenpunkte, weil diese nur selten scharf markirt sind, und insofern bleibt die photographische Aufnahme vortheilhafter, weil bei ihr die Lage identischer Punkte nach der Betrachtung beider Bilder sich immer genauer bestimmen lassen wird, als bei der Beschreibung durch Telephonübermittelung. Wenn beide Wolkenbilder durch denselben Beobachter bei der directen Messung zugleich übersehen werden könnten, würde eine solche Registrirung der Antrittszeiten mit Notirung der Ordinaten die photographische Aufnahme unnöthig machen. Diesbezügliche Versuche mit Fernrohrbetrachtung etc.

bei mässiger Basislänge werden wir demnächst anstellen. Ein Gelingen derselben würde einen wesentlichen Fortschritt in der Wolkenmessung bedeuten.

Bei Messung der Geschwindigkeit rasch bewegter und nicht zu unbestimmter Wolken genügt oft die Bezeichnung „erster Rand“, „letzter Rand“, „höchster Punkt“, „tiefster Punkt“ etc., entweder in Beziehung auf die ganze Wolke oder einen markanten Theil derselben. Die Theilung des Netzes auf der Mattscheibe in einzelne Millimeter ist unserer Erfahrung nach zu eng. Bei etwas kräftigeren Strichen nimmt sie dem Bilde zu viel Licht fort, und bei feinen Strichen ermüdet sie das Auge und erschwert die rasche Uebersicht. Wir haben für die Entfernung der Verticalstriche, an welchen die Antritte beobachtet werden, einen Abstand von 5 zu 5 mm gewählt, und für die zu ihnen senkrechten Parallelstriche, welche zur Bestimmung der Ordinaten dienen, einen Abstand von 2 zu 2 mm. Die Bildordinaten lassen sich durch Schätzung auf 0,2 mm bezw. bei einiger Uebung auch noch etwas genauer bestimmen, was in Anbetracht des viel grösseren Einflusses eines Fehlers in der Parallaxe ausreichend erscheint.

Diese directe Wolkenmessung mit Hülfe des Phototheodoliten verdient Beachtung und weitere Ausbildung. Dass sie auf Parallelstellung der optischen Axen normal zur Basisprojection beschränkt wird, ist kein wesentlicher Nachtheil, weil diese Stellung die grösste Genauigkeit mit der einfachsten und daher am wenigsten zeitraubenden Rechnungsarbeit verbindet. Diesen Vortheilen zu Liebe darf man schon, wie bereits erwähnt, den günstigsten Beobachtungsmoment abwarten.

X. Seitherige Wolkenmessungen.

Zur richtigen Beurtheilung der im Vorstehenden besprochenen Untersuchungen und Messungen ist es von Werth, die seither ausgeführten Wolkenmessungen grösseren Umfanges kurz zu betrachten und zu vergleichen. Es kommen vornehmlich in Betracht die Arbeiten von Nils Ekholm, die directen Wolkenmessungen von Clayton und Fergusson auf dem Blue Hill-Observatorium bei Boston, die photogrammetrischen Wolkenmessungen des Kew-Observatoriums, sowie die photogrammetrische Aufnahme leuchtender Nachtwolken durch O. Jesse.

1. Mesures des Hauteurs et des Mouvements des Nuages par N. Ekholm et H. L. Hagström. Upsala 1885.

Diese Arbeit ist von grundlegender Bedeutung. Nils Ekholm entwickelt in ihr die Formeln zur genauen Berechnung der wahr-

scheinlichsten Coordinaten der eingeschnittenen Wolkenpunkte einschliesslich der Fehlerberechnung, beweist die Brauchbarkeit derselben durch zahlreiche praktische directe Wolkenmessungen, und leitet aus seinen Beobachtungen rationelle Vorschriften für Wolkenmessungen von den Endpunkten einer gemessenen Standlinie ab. Ekholm und Hagström benutzten eine Basis von 420,7 m Länge, an deren Endpunkten mit zwei Mohn'schen Wolkentheodoliten vom 26. Juni bis zum 6. September 1884 directe Messungen vorgenommen wurden. Die Verständigung geschah durch das Telephon. Aus den bei gleichzeitiger Einstellung auf denselben Wolkenpunkt erhaltenen zwei Azimuten und zwei Höhenwinkeln wurde die kürzeste Distanz Δ zwischen den beiden Visirstrahlen nach Ekholm's Formeln abgeleitet und die Mitte dieser kürzesten Distanz als wahrscheinlichste Lage des anvisirten Wolkenpunktes ermittelt.

Auf S. 17 seiner Abhandlung giebt Nils Ekholm zur Berechnung des mittleren Fehlers einer Wolkenhöhe die Näherungsformel:

$$m = \pm Z \, cotg \, \vartheta \, . \, \varepsilon.$$

Hier bedeutet Z die Höhe, ϑ die Parallaxe, ε den mittleren Beobachtungsfehler. Nach unserer früheren Bezeichnung würde zu setzen sein $Z = H$, $cotg \, \vartheta = \frac{E}{B}$, $\varepsilon = \frac{\Delta z}{D}$, wodurch obige Formel übergeht in

$$m_H = \pm H \cdot \frac{E}{B} \cdot \frac{\Delta z}{D} = \pm H \, \frac{m_p}{p} \cdot$$

Die Ekholm'sche Formel für den mittleren Fehler einer Wolkenhöhe ist somit identisch mit unserer auf S. 82 angegebenen Näherungsformel.

Bei der Berechnung des mittleren Fehlers m_H nach dieser Formel setzt Nils Ekholm für den Beobachtungsfehler ε:

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\varepsilon_0^2 + \left(\frac{\Delta}{2r}\right)^2} \cdot$$

Er setzt somit den mittleren Beobachtungsfehler ε aus zwei Theilen zusammen, den ersten, ε_0, nennt er den „reinen Instrumentalfehler", den zweiten, $\frac{\Delta}{2r}$, den „Wolkenfehler". Bei letzterem ist Δ der kürzeste Abstand der beiden Visirstrahlen, r die mittlere Entfernung von der Basis. Die Grösse $\frac{\Delta}{r}$ entspricht somit dem Werthe $\frac{\Delta z}{D}$, den wir als mittleren Beobachtungsfehler

benutzt haben. Eine Vergleichung der Mittelwerthe von $\frac{\Delta}{r}$ nach den Messungen von Nils Ekholm mit dem Mittelwerthe von $\frac{\Delta z}{D}$ unserer photogrammetrischen Aufnahmen bestimmt unmittelbar das Genauigkeitsverhältniss der beiderseitigen Beobachtungsmethoden, der photogrammetrischen auf der einen, der directen Messung auf der anderen Seite. Nils Ekholm giebt in Tabelle VII, „Liste des observations“, den numerischen Werth von $\frac{\Delta}{2r}$ für 288 Beobachtungen. Das Mittel wird $\frac{\Delta}{2r} = 0{,}218^0$, somit $\frac{\Delta}{r} = 0{,}436^0$, oder in Theilen des Radius

$$\frac{\Delta}{r} = \frac{0{,}436^0}{57{,}296^0} = \frac{1}{144},$$

während wir fanden:

$$\frac{\Delta z}{D} = \frac{0{,}2}{152{,}3} = \frac{1}{760}.$$

Es verhalten sich somit die Genauigkeiten beider Methoden wie $\frac{1}{144}$ zu $\frac{1}{760}$, d. h. die photogrammetrische Messung liefert — richtig angewandt — eine fünfmal so grosse Genauigkeit, wie die directe Messung mit Wolkentheodoliten. Es liegt dies in der Natur der Sache. Auf Seite 81 wurde bereits angeführt, dass die Einstellung des Camerabildes auf der Mattscheibe eine viermal so grosse Genauigkeit gewährt, wie die directe Einstellung mit dem Diopter. Bei directer Wolkenmessung kommt zu dieser Unsicherheit noch hinzu die schwierige Identificirung der einzuschneidenden Wolkenpunkte, die Erschwerung der genauen und gleichzeitigen Einstellung durch die Bewegung der Wolken u. s. w. Da nun der reine Einstellungsfehler hier schon viermal so gross ist, so muss man bewundern, dass Nils Ekholm und Hagström bei ihren Beobachtungen eine solche Genauigkeit erreicht haben, zumal wenn man die photogrammetrischen „Musterbeispiele“ von Hildebrandsson und Akerblom hiermit vergleicht.

Veranlasst durch die bereits erwähnten Veröffentlichungen der letzteren giebt Nils Ekholm in der Meteorologischen Zeitschrift 1894, S. 377 eine Zusammenstellung seiner Erfahrungen unter dem Titel:

„Einige Bemerkungen über die Anwendung der Photogrammmeter zur Messung von Wolkenhöhen“ von N. Ekholm, Met.

Centralanstalt Stockholm. Er bemerkt: Die von Åkerblom gegebene Vorschrift, zu grosse Höhenwinkel zu vermeiden, ist in der That verhängnissvoll, weil sie verbietet, Beobachtungen unter den im Allgemeinen und besonders bei den Messungen der höchsten Wolken günstigsten Bedingungen anzustellen. Die Güte der Messung hängt wesentlich von der Grösse der Parallaxe ab. Das Maximum wird erreicht, wenn die Wolke in der Mitte zwischen den Zenithen der beiden Stationen sich befindet; bei der Entfernung der Wolke von dieser Lage nimmt die Parallaxe am schnellsten ab, wenn die Wolke längs dem gemeinsamen Verticale, am langsamsten, wenn sie senkrecht auf diesem sich bewegt. Demgemäss erhalten wir für die Wahl der Wolkenpunkte folgende Vorschriften.

1. „Man muss, um eine hinlänglich grosse Parallaxe und somit eine sichere Bestimmung der Coordinaten zu erhalten, vorzugsweise die Wolkenpunkte wählen, die nicht allzu weit vom Zenith und von dem Verticale abstehen, der auf dem gemeinsamen Verticale senkrecht steht; man muss aber die kleinen Wolkenhöhen vermeiden, besonders in der Nähe des gemeinsamen Verticales.

2. Es muss die Parallaxe auch nicht zu gross sein, weil, wenn dieselbe 30^0 bis 40^0 übersteigt, die beiden Wolkenbilder gewöhnlich so unähnlich aussehen, dass man keine entsprechenden Punkte erkennen kann. Sehr niedrige Wolken sind daher von den Endpunkten einer langen Basis aus in der Nähe des Horizontes, d. h. in grösserer Entfernung zu beobachten. Um die richtige Wahl der Wolkenpunkte nach diesen Vorschriften schnell und sicher treffen zu können, müssen offenbar die Beobachter eine ziemlich grosse Uebung haben.

Zum Schluss eine Bemerkung über die anzustrebende Genauigkeit. Ich habe mehrmals die Behauptung gehört, die Wolkenbilder seien immer so verwischt und unbestimmt, dass die hier befürwortete Genauigkeit ohne Nutzen sein würde. Nach der Erfahrung, die von Hagström und mir, sowie von anderen schwedischen Beobachtern, Jahlin, Falk und Bergenström in Upsala und Storlien gewonnen ist, trifft dies nicht zu.

Oft sind zwar die Wolkenstände sehr verwischt, dann ändern sich auch gewöhnlich die Wolkenbilder so schnell, dass man kaum Zeit hat, zwei Messungen nach einander anzustellen. In solchen Fällen zeigen sich auch die berechneten Bewegungsrichtungen ziemlich unregelmässig, so dass es zweifelhaft scheint, ob sie die Bewegung der Luftströme auch nur näherungsweise darstellen. Diese Unregelmässigkeit der Bewegung findet man auch gewöhnlich bei scharf begrenzten Wolkenbildern, wie Cumulusscheitel, Alto-Cumulus und Cirro-Cumulus, wenn sich ihre Formen schnell ändern.

In anderen Fällen aber, besonders bei den Cirruswolken, sind die Bilder so gut begrenzt, dass es oft gelingt, selbst 10 Messungen nach einander an demselben Punkte auszuführen, dann erhält man bei genauen Messungen eine beinahe geradlinige Bahn mit constanter oder regelmässig beschleunigter Geschwindigkeit. In allen solchen Fällen ist es lohnend, die grösste Genauigkeit der Messung einzuhalten, um die horizontalen und verticalen Bewegungscomponenten der Wolke zu bestimmen. Denn alle Umstände sprechen dafür, dass in diesem Falle die Bewegung der Wolke derjenigen der Luft genau entspricht."

Diese Vorschriften Ekholm's für die Wolkenmessungen stimmen mit unseren Erfahrungen überein und sind durchaus zutreffend.

2. Measurements of Cloud Heights and Velocities by H. H. Clayton and S. P. Fergusson, Cambridge 1892.

Auf dem Blue Hill-Observatorium des Harvard College sind namentlich im Jahre 1890 sehr umfassende Wolkenmessungen mit zwei Wolkentheodoliten an den Endpunkten einer 1178,4 m langen Bassis angestellt worden. Die Methode der Messung und Berechnung schliesst sich unmittelbar an die eben beschriebenen Arbeiten an; ihr hauptsächlichster Werth liegt in dem umfangreichen, eine ganze Jahresperiode umfassenden Beobachtungsmateriale. Die erreichte Genauigkeit dieser directen Messungen lässt sich nicht so unmittelbar mit der Genauigkeit photogrammetrischer Aufnahmen vergleichen, weil in der Veröffentlichung leider die Werthe $\frac{\Delta}{2r}$, welche in der Abhandlung von Nils Ekholm aufgeführt sind, nicht mitgetheilt werden. Indessen gewähren die veröffentlichten Genauigkeitsbestimmungen genügenden Anhalt für Vergleichungen. Auf Seite 217 wird mitgetheilt, dass 205 Beobachtungen von Cirruswolken, nach Ekholm's Methode berechnet, einen mittleren Fehler von 6 Proc., bei einer Maximalabweichung von 41 Proc., und 21 Beobachtungen von Altocumulus einen mittleren Fehler von 4 Proc. bei einer Maximalabweichung von 21 Proc. ergaben. In Tabelle V sind sämmtliche Resultate zusammengestellt unter Vereinigung mehrfacher Messungen (von 2 bis 6 Beobachtungen) zu Mittelwerthen, und mit Beifügung der mittleren Fehler in Procenten. Das Mittel beträgt auch hier 5 Proc., trotz der vorherrschend vertretenen Mittelwerthe aus mehreren Beobachtungen. Nimmt man hinzu, dass die benutzte Basis 1178,4 m betrug, die Basis von Nils Ekholm hingegen nur 420,7 m, so liegt die grössere Genauigkeit eher auf Seite des Letzteren. Wir dürfen somit auch nach den in Blue Hill gefundenen Resultaten directer Messungen die Genauigkeit der photogrammetrischen Aufnahme

bei Wolkenmessungen fünfmal so gross annehmen. Es kommt noch ein Umstand hinzu, der eher eine Vergrösserung als eine Verkleinerung dieser Verhältnisszahl zu Gunsten der Photogrammetrie bedingt. Bei der photogrammetrischen Aufnahme wird man nicht leicht in die Lage kommen, eine Beobachtung verwerfen zu müssen. Bei directer Messung betrug sogar bei Nils Ekholm die Zahl der wegen zu grosser Fehler verworfenen Beobachtungen 45 auf 344. Abweichungen von ganzen Graden kommen unter den beibehaltenen Messungen mehrfach vor. Solche Differenzen und Abweichungen von 20 Proc., oder gar 40 Proc., wie sie die amerikanischen directen Messungen aufweisen, sind bei guten photogrammetrischen Messungen ganz ausgeschlossen. Bei der Berechnung eines mittleren Genauigkeitsgrades aus allen Messungen unter Benutzung der Quadrate der mittleren Fehler wächst daher das oben angegebene Genauigkeitsverhältniss zu Gunsten der Photogrammetrie. Auch bei dieser wird man vor Ueberschätzung der Genauigkeit sich mit aller Vorsicht zu hüten haben, indessen ist bei ihr eine weit zuverlässigere Schätzung der Genauigkeit möglich, einmal durch Berechnung des Fehlers in der Parallaxe aus Zenithbeobachtungen in verschiedenen Höhen, und aus Geschwindigkeitsmessungen bei Wolkenbewegungen senkrecht zur Basis, wie namentlich auch durch gleichzeitige Wolkenmessungen von mehr als zwei Standpunkten aus.

Von besonderem Interesse bei den amerikanischen Wolkenbeobachtungen sind die Geschwindigkeitsmessungen. Dieselben ergaben, dass die Wolkenbewegung an Schnelligkeit mit der Höhe rasch zunimmt, und zwar derart, dass in der Cirrusregion Geschwindigkeiten von 100 m in einer Secunde vorkommen, während die grösste Bewegungsgeschwindigkeit der Luft in unseren Stürmen auf der Erdoberfläche kaum den dritten Theil erreicht. Sodann bewegen sich alle Wolkenarten im Winter viel rascher wie im Sommer, zumal in den höheren Schichten der Atmosphäre, wo die Wolkenbewegung in der kälteren Jahreszeit mit mehr wie doppelt so grosser Schnelligkeit vor sich geht, wie im Sommer. Unter den verschiedenartigen Wolkenformen zeigten sich gleichfalls Bewegungsverschiedenheiten. Die Ballenwolken bewegten sich in allen Höhen rascher, wie die schleierartigen Gebilde, wahrscheinlich weil sie bei Cyklonen mit starken Winden am häufigsten sich bilden.

Was die Genauigkeit der Geschwindigkeitsmessungen betrifft, so liessen wiederholte Messungen ein und desselben Wolkenpunktes, wie auch verschiedene Punktbestimmungen in ein und demselben Wolkengebilde darauf schliessen, dass der mittlere Geschwindigkeitsfehler in der Cirrusregion etwa 2 m, in der Cumulus-

region etwa 1 m beträgt. Wie in Schweden, fand man auch hier die grösste Schwierigkeit darin, dass erstens Punkte von hinlänglich scharfer Markirung zum genauen Einstellen selten vorkommen, und zweitens, dass die rasche Formveränderung es meist unmöglich macht, ein und denselben Wolkenpunkt mit Sicherheit auch nur einige Minuten lang zu verfolgen.

Verticale Wolkenbewegungen konnten auch in Blue Hill nicht mit Sicherheit nachgewiesen werden, weil die unvermeidlichen Beobachtungsfehler zu gross waren.

3. „Cloud Photography conducted under the Meteorological Council at the Kew Observatory.“ By Lieut.-General R. Strachey and G. M. Whipple, Superintendent of the Observatory. Proceedings of the Royal Society of London. Vol. 49. April 30, 1891.

Diese erste umfangreichere photogrammetrische Wolkenmessung verdient hier besondere Erwähnung als Ausgangspunkt der photogrammetrischen Wolkenmessungen überhaupt. Nach einigen vorbereitenden Versuchen, welche bis zum Jahre 1878 zurückdatiren, und die zu dem Zwecke unternommen wurden, zunächst erst die Möglichkeit der Wolkenmessung mit Hülfe der Photographie unzweideutig festzustellen, wurden zwei photogrammetrische Theodolite mit Horizontal- und Verticalkreisen construirt. Ein in der Camera vor der Mattscheibe ausgespanntes Fadenkreuz wurde bei den Aufnahmen auf der lichtempfindlichen Platte mit der Wolke zugleich abgebildet und diente als Anhalt bei der Ausmessung der Platten. Die mit Telephonverbindung versehene Basis hatte eine Länge von 800 Yards = 731,4 m. Das Oeffnen und Schliessen der Objectivverschlüsse geschah auf elektrischem Wege mit Benutzung der Telephonleitung. Die Beobachtungen begannen Ende der 80er Jahre, doch werden nur Resultate mitgetheilt, welche vom Juli bis zum September 1890 erhalten worden sind. Zur Berechnung der Höhe und der Bewegung der Wolken wurden verschiedene numerische und graphische Methoden benutzt, letztere namentlich mit Hülfe und in Form von Rechenschiebern. Aber alle erwiesen sich als zu mühsam, bezw. zu ungenau wegen der kleinen Parallaxe der höheren Wolken.

Im Jahre 1890 beschloss man daher, sich ausschliesslich auf Zenithaufnahmen zu beschränken, weil diese bei grösster Parallaxe die einfachste Rechnung gestatten. „Der Mangel dieser Methode“, heisst es in der Abhandlung, „ist der, dass sie den Umfang des Aufnahmegebietes sehr beschränkt, und die Gelegenheit, Wolkenbilder aufzunehmen, auf eine verhältnissmässig kleine Zahl beschränkt; es zeigte sich, dass ein grosser Theil der Wolken, welche augenscheinlich günstig zum Photographiren waren, wenn sie

schräg beleuchtet wurden, im Zenith fast unsichtbar wurden u. s. w.“ Aber trotz dieser Mängel war man der Ansicht, dass die Vortheile dieser Methode doch genügend seien, um ihr vor jeder anderen den Vorzug zu geben. Dies ist in beschränkter Weise, wie wir bereits im Vorstehenden ausführlicher dargethan und begründet haben, richtig, und insofern haben auch die vom Prof. Dr. Sprung vorgeschlagenen photogrammetrischen Zenithautomaten ihre Berechtigung, nur genügen Zenithbeobachtungen allein nicht, Wolkenmessungen in hinreichender Vollständigkeit auszuführen. Die nothwendige Ergänzung kann in gleich einfacher Weise durch das für den Phototheodoliten beim Gebrauche zu Wolkenmessungen mitgetheilte Verfahren erzielt werden.

Irgend welche Genauigkeitsbestimmungen werden in der ganzen Abhandlung nirgends erwähnt. Nach den angewendeten graphischen Methoden zur Bestimmung der Parallaxe zu urtheilen, hat man sich mit Näherungsmethoden begnügt, ohne die grösstmögliche Genauigkeit anzustreben. Das Hauptgewicht wurde auf eine thunlichst einfache und schnelle Ableitung der Endresultate, das ist Höhe und Bewegung der Wolken, gelegt.

Nach dem Tode des Superintendenten Whipple scheinen die photogrammetrischen Wolkenmessungen in Kew leider nicht fortgesetzt worden zu sein.

4. „Untersuchungen über die sogenannten leuchtenden Wolken“ von O. Jesse. Sitzungsberichte der Königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 1890 und 1891.

Diese auf Veranlassung und unter Leitung des Astronomen Jesse ausgeführten photogrammetrischen Wolkenaufnahmen haben wesentlich dazu beigetragen, die Meteorologen auf die Photogrammetrie hinzuweisen als ein geeignetes Hülfsmittel zur Erforschung der Bewegungsvorgänge in den verschiedenen Höhenschichten unserer Atmosphäre. Sie ergaben als Resultat, dass die nach Ausbruch des Krakatauvulcans mehrere Jahre hindurch in den Sommermonaten bei uns beobachteten leuchtenden Nachtwolken sich in Höhen über der Erdoberfläche von rund 80 km befanden, und dass diese zarten Gebilde sich mit Geschwindigkeiten bis zu 300 m in der Secunde bewegten, d. h. noch dreimal so schnell als im Maximum die Cirruswolken, welche nur den fünften Theil dieser Höhe erreichen.

Aus einigen seit 1885 angestellten Höhenberechnungen hatte sich bereits ergeben, dass diese in den Sommernächten noch von der Sonne direct beleuchteten Wolkengebilde in bedeutenden Höhen über der Erdoberfläche schweben müssten. Im Jahre 1889 gelang es O. Jesse mit Unterstützung der Akademie der Wissenschaften in Berlin, correspondirende photogrammetrische Aufnahmen

von mehreren Standpunkten aus zu organisiren. Die sichersten Ortsbestimmungen und Bewegungsmessungen gingen aus den zu genau verabredeten Zeitpunkten gleichzeitig ausgeführten photographischen Aufnahmen in Steglitz und Nauen hervor. Der Abstand dieser beiden Stationen beträgt 35 km. Eine Parallaxe von 10 mm bei einer Bildweite der Camera von 200 mm zeigte, dass die Wolken bis zu 700 km, d. h. zwanzigmal so weit entfernt waren wie die Basis lang war. Sie lagen meist über der mittleren Ostsee und dem südlichen Schweden in einer Ausdehnung von mehreren hundert Quadratkilometern. Die mittlere Höhe der nur wenige Kilometer dicken Schicht ergab sich zu 83 km. Die Unsicherheit einer einzelnen Bestimmung, soweit dieselbe lediglich von den Ausmessungen der photographischen Abbildungen abhängig war, betrug 1 bis 2 km, also etwa 2 Proc. der Höhe. Diese grosse Genauigkeit wurde dadurch ermöglicht, dass sich auf den Platten beider Stationen ausser irdischen Objecten auch einige helle Sterne, namentlich α und β im Fuhrmann abbildeten, welche eine sehr genaue Orientirung und Parallaxenbestimmung gestatteten. Anstatt der absoluten Bestimmungen konnten Einschaltungen zwischen die durch die Sternbilder genau gegebenen Festpunkte vorgenommen und so trotz der grossen Entfernung genaue Resultate erzielt werden. Vermindernd auf diese aus den Bildern abgeleitete Genauigkeit wirkte die rasche Bewegung und die schnelle Veränderlichkeit der Wolken, zumal trotz Anwendung der lichtstärksten Objective sehr lange, nahe am Horizonte bis zu 80 Secunden Dauer exponirt werden musste. Die einzelnen Geschwindigkeitsbestimmungen variiren bedeutend, weil nicht nur sehr verschiedene Schnelligkeiten in der Gesammtbewegung vorkamen, sondern auch verschiedene Geschwindigkeiten und Richtungen der Bewegung innerhalb der Wolkengebilde selbst, verbunden mit starken Formveränderungen derselben. Die Anordnung der einzelnen Theile der Wolken war derart, dass meist längere parallele Streifen in der Richtung der Hauptbewegung lagen, während rechtwinkelig dazu eine grössere Anzahl kürzerer Rippen auftraten, was nach Art der Entstehung der Wogenwolken auf verschieden gerichtete, übereinander gelagerte Strömungen hinweisen würde. Es gelang Jesse, aus den im Sommer 1890 fortgesetzten Messungen den Abstand der Längsstreifen, d. h. der Wellenberge zu rund 9 km zu bestimmen. Die mittlere Höhe der leuchtenden Nachtwolken ergab sich für den Sommer 1890 zu 82 km, gegenüber 83 km mittlerer Höhe im Sommer 1889. Auch die maximale Geschwindigkeit bis zu 300 m pro Secunde, sowie die Hauptbewegungsrichtung von Ost nach West zeigten gute Uebereinstimmung in beiden Jahren. Somit war diese Erscheinung in

ihren Grundzügen mit einer Sicherheit festgelegt worden, die ohne Anwendung der Photogrammetrie nicht zu erreichen gewesen sein würde.

Der Beschluss des internationalen Meteorologen-Congresses in München, der Wolkenbewegung ein specielles Studium zu widmen unter Anwendung namentlich auch der photogrammetrischen Messungsmethode, erfolgte kurz darauf im Jahre 1891 [1]).

---

[1]) Nach Fertigstellung des Manuscriptes zu vorliegender Abhandlung und Ablieferung desselben in die Druckerei wurde mir vom Herrn Verfasser gütigst die folgende Arbeit zugesandt, deren Besprechung ich auf einige kurze Bemerkungen beschränken muss.

„Wolkenhöhenmessungen", von E. Kayser, Danzig 1895. Sonderabdruck aus den Schriften der naturforschenden Gesellschaft in Danzig. N. F. Bd. IX.

Verfasser hat sich bereits seit einigen Jahren mit der Messung von Wolkenhöhen beschäftigt, wobei er als Basis eine Standlinie von 678,7 m benutzte zwischen der Navigationsschule und dem Hause der naturforschenden Gesellschaft in Danzig. Auf Verwendung des Oberpräsidenten und durch eine Beihülfe der Provinzialcommission zur Verwaltung der Westpreussischen Provinzialmuseen wurde er in den Stand gesetzt, an Stelle der bis dahin angewandten einfachen Messapparate zwei Instrumente nach Art der Wolkenäquatoreale anfertigen zu lassen. Die Horizontalaxe, bezw. die in die Richtung der Basis zu stellende Längsaxe trägt als Durchmesser einen getheilten Halbkreis, welcher durch Drehung um diese Axe jeweils in die Ebene durch Wolkenpunkt und Basis gebracht werden kann. An diesem Kreise können wie beim Wolkenäquatoreale die Winkel, welche die Strahlen nach den Wolkenpunkten mit der Basis bilden, in der durch Basis und Wolkenpunkt jeweils gelegten Ebene abgelesen werden. Zur Ermittelung der Neigung dieser Ebene dient ein Kreis, welcher am Ende der Längsaxe senkrecht zu ihr befestigt ist. Der ganze Apparat hat das Aussehen eines Astrolabiums und dient zur Ermittelung der Parallaxe in dem Dreiecke zwischen dem Wolkenpunkte und der Basis, sowie zur Bestimmung der Neigung dieses Dreiecks gegen den Horizont. Die Ermittelung der Parallaxe geschieht nun aber nicht in der Weise, dass die Winkel an der Basis des erwähnten Dreiecks gemessen werden nach gleichzeitiger Einstellung der Visirlinien beider Instrumente auf denselben Wolkenpunkt, sondern es werden beide Visirlinien parallel gestellt und es wird dann die parallaktische Verschiebung eines Wolkenpunktes gegen die Mitte des Gesichtsfeldes an einer in ihm angebrachten Scala abgelesen, welche in derselben Ebene mit den Visirlinien und der Basis liegt. Auch wird diese Visirebene nicht direct auf einen bestimmten Wolkenpunkt geführt, sondern nur in die Nähe der Wolke, um dann beim Durchgange der Wolke durch das Gesichtsfeld, bezw. die Scala die parallaktische Verschiebung der vorher als identisch festgestellten Wolkenpunkte zu beobachten. Ueber die Vorzüge dieser Methode sagt Verfasser: „Da mit Ausschluss aller übrigen Wolkenstellen im Gesichtsfelde nur Vorgänge an einer Linie mit Ruhe abgewartet zu werden brauchen, so ist der Zweifel an der Identität bei dieser Methode viel geringer, als in sonst üblicher Beobachtungsweise, nach welcher auf einen von den Stationen verabredeten Fixpunkt eingestellt wird."

Mit diesen Apparaten sind vom Mai bis September 1895 Höhenbestimmungen für Wolken ausgeführt worden, zum Theil auch auf photogram-

XI. Das internationale Wolkenjahr 1896/97.

Auszug aus den Protokollen der Tagung des internationalen Comités in Upsala, die internationalen Wolkenbeobachtungen betreffend, August 1895.

Das Comité beschloss in der Sitzung vom 24. August:

„Das Comité betrachtet es als durch die Erfahrung erwiesen, dass sich die Höhe der Wolken leicht mit einem sehr hohen Grade der Annäherung bestimmen lässt. Das Comité hält es für wünschenswerth, dass diese Untersuchungen auf verschiedene Länder ausgedehnt werden, und zwar besonders unter Anwendung photographischer Methoden.

Directe Beobachtungen über die Bewegung der Wolken sollen möglichst zahlreich angestellt werden, während für die Messung der Wolkenhöhe nur eine beschränkte Zahl zweckmässig vertheilter Stationen erforderlich ist. Diese Messungen werden erheblich an Bedeutung gewinnen, wenn sie allenthalben während des nämlichen Zeitraumes (à la même époque) angestellt werden. Aus diesem Grunde schlägt das Comité vor, dass die erste Reihe derartiger Untersuchungen sich auf die Dauer eines Jahres beschränken soll, und zwar auf die Zeit vom 1. Mai 1896 bis zum 1. Mai 1897.“

Als Hauptstationen zur Messung von Höhe und Geschwindigkeit der Wolken werden in den verschiedenen Ländern theilnehmen:

---

metrischem Wege nach Anbringung einer Camera auf dem Theilkreise der Längsaxe des Instrumentes. Diese Construction eines photogrammetrischen Apparates macht mechanisch keinen einwandsfreien Eindruck.

Bei einer Vergleichung mit dem Phototheodoliten gilt in erhöhtem Maasse dasjenige, was gegenüber dem Wolkenäquatoreale bereits gesagt worden ist.

Verfasser hat nur Höhenmessungen mit den erwähnten Instrumenten ausgeführt, keine Geschwindigkeitsbestimmungen. Fehlerermittelungen werden nicht gemacht, so dass es nicht möglich ist, von der erreichten Genauigkeit sich irgend welche Vorstellung zu bilden, zumal Messungen mit grösserer oder kleinerer Parallaxe in Bezug auf Genauigkeit nicht unterschieden werden.

Land	Zahl der Stationen	Instrumentelle Ausrüstung
Frankreich	1	Photogrammeter
Preussen	1	3 Phototheodolite
Java	1	2 Photogrammeter, 2 Wolkentheodolite
Norwegen	1	Photogrammeter, bezw. Theodolite
Portugal	1	Photogrammeter
Rumänien	1	Photogrammeter
Russland	3	desgl. {2 Prof. Wild 1 Prof. Bwounof
Vereinigte Staaten . .	7	desgl. {6 Prof. Harrington 1 Mr. Rotch
Manila	1	2 Phototheodolite
Schweden	1	2 Photogrammeter
Braunschweig	?	?

Für die von diesen Hauptstationen auszuführenden photogrammetrischen Messungen und Aufnahmen ist weder ein einheitlicher Plan, noch irgend welche Instruction aufgestellt worden, ausser der verfehlten Bemerkung von Hildebrandsson.

Die im internationalen Wolkenjahre zu leistende photogrammmetrische Arbeit, wenn einigermaassen vollständige und zuverlässige Resultate erzielt werden sollen, lässt sich annähernd bestimmen. Stellt man als Aufgabe: Bestimmung der täglichen und jährlichen Periode für Höhe, Bewegungsgeschwindigkeit und Bewegungsrichtung der Wolken, sowie Specialstudium der Bewegungsvorgänge, Wolkenbildungen etc. bei den Maximas und Minimas, so ergiebt sich Folgendes:

Unterschieden werden 10 Hauptwolkenarten. Es müssen zur Ermittelung der täglichen Periode für alle einzelnen Arten in den drei Tageszeiten: Morgens, Mittags und Abends eine hinreichende Anzahl von Beobachtungen gewonnen werden, soweit es das Auftreten der betreffenden Wolken zulässt. Die Wolken zeigen in Höhe und Bewegung nach den bereits vorliegenden Messungen im Sommer und im Winter derartige Verschiedenheiten, dass man zum mindesten nach Monaten, wenn nicht nach Decaden trennen muss, wenn einige Vollständigkeit erzielt werden soll. Eine einzelne Wolkenaufnahme ist zu sehr vom Zufalle abhängig; um das Gesetzmässige bei diesen wechselvollen Erscheinungen erkennen zu können, wird man Mittelwerthe aus mehreren Einzelaufnahmen

bilden müssen. Nimmt man, um nicht zu weit zu gehen, das Mittel aus vier Einzelaufnahmen als ausreichend an, um den mittleren Zustand für einen Monat zu charakterisiren, so sind zur Ermittelung der täglichen Periode nothwendig $3.4.10.12 = 1440$ Doppelaufnahmen und ebenso viel photographische Platten, vorausgesetzt, dass man Doppelaufnahmen auf einer und derselben Platte macht, wie dies im Vorstehenden beschrieben wurde; anderenfalls würde die Anzahl der Platten sich verdoppeln.

Zur Bestimmung der jährlichen Periode können diese Beobachtungen mit benutzt werden, doch kann man sich bei Ermittelung dieser letzteren schwerlich an die bestimmten Tageszeiten, Morgens, Mittags und Abends binden, denn zwischen diesen werden viel günstigere Umstände zu Aufnahmen eintreten und nicht unbenutzt vorübergehen gelassen werden dürfen. Nimmt man weitere vier monatliche Messungen zu den günstigsten Tageszeiten zur Bestimmung der jährlichen Periode für die 10 Hauptwolkenarten als zur hinreichenden Vervollständigung ausreichend an, so treten zu den 1440 Aufnahmen noch $4 . 10 . 12 = 480$ Doppelaufnahmen hinzu. In Summa erhalten wir somit rund 2000 Doppelaufnahmen als erforderlich zur Bestimmung der täglichen und jährlichen Periode bei Eintheilung nach Monaten und unter der Annahme, dass die Zahl von 4 Einzelaufnahmen nicht zu gering bemessen ist, um hinreichend sichere Mittelwerthe zu liefern. Bei dem überaus wechselvollen Charakter der hier in Betracht kommenden Vorgänge und Erscheinungen ist letzteres kaum anzunehmen, aber es wird die Zahl der erforderlichen Aufnahmen so schon gross genug, um von der zu bewältigenden Arbeitslast eine Vorstellung zu bekommen. — Hierzu treten die zum Specialstudium der Maxima und Minima mit ihren verwickelten Vorgängen und Erscheinungen nothwendigen Aufnahmen. Bei der grossen jährlichen Anzahl, namentlich der Minima, und bei dem zur hinreichend vollständigen Aufnahme eines einzelnen erforderlichen Umfange der Messungen, wird man mit einer der obigen Zahl gleichen Anzahl von Doppelaufnahmen kaum ausreichen, um die Hauptminima und -maxima in ihrem Verlaufe sicher zu charakterisiren, geschweige denn auch alle secundären Wirbel, die Gewitter u. dergl.

Somit ist selbst mit dieser gewaltigen Anzahl von mehreren tausend Doppelaufnahmen, deren Verarbeitung ebenso viele Arbeitsstunden verlangt — ganz abgesehen von der zur Aufnahme, Plattenentwickelung etc. erforderlichen Zeit —, noch keine vollständige und sichere Lösung der gestellten Aufgabe zu erwarten.

Unvollständige Aufnahmen, welche mit verschiedener Genauigkeit, nach abweichenden Anschauungen etc. gemacht werden,

können unmöglich eine befriedigende Lösung der Aufgabe herbeiführen.

Ein hinreichend umfassendes Wolkenstudium mit Hülfe der Photogrammetrie wird ohne Zweifel zu wichtigen Aufschlüssen über die Vorgänge in unserer Atmosphäre führen können. Thunlichst vollständige photogrammetrische Aufnahmen im internationalen Wolkenjahre werden aber wohl nur in denjenigen Ländern angestellt werden können, in welchen — wie z. B. in Russland und Amerika — mehrere Observatorien theilnehmen und sich in die Arbeit theilen können. In Deutschland könnte bei gleichzeitiger Theilnahme von Braunschweig und Danzig mit Potsdam nach einheitlichem Plane eine weit grössere Vollständigkeit und Sicherheit erreicht werden, zumal in Potsdam und Braunschweig gleichartige Instrumente benutzt werden.

XII. Schlussfolgerungen für die Wolkenmessungen.

Nach den angestellten Untersuchungen und Vergleichungen ist die photogrammetrische Methode der Wolkenmessung mit Hülfe des Phototheodoliten der directen Beobachtung mit dem Wolkentheodoliten an Genauigkeit sehr überlegen. Die Vergleichung beider Methoden ergab ein Verhältniss der beiderseitigen Genauigkeiten von ungefähr 5 : 1.

Die photogrammetrische Wolkenmessung kann auf zweierlei Weise ausgeführt werden, entweder durch directe Beobachtung des Bildes auf der Mattscheibe der Camera, oder nach Fixirung desselben durch den photographischen Process. Beide Methoden haben ihre Vorzüge und Nachtheile; sie ergänzen sich gegenseitig, so dass man durch die richtige Verbindung beider mit einem Maximum an Genauigkeit zugleich ein Minimum an Arbeitszeit in Bezug auf die Auswerthung der Resultate erzielen kann. Insofern bildet der Phototheodolit ein Universalinstrument für Wolkenmessungen, bezw. meteorologische Aufnahmen verschiedener Art.

Die Wolkenmessung mit Hülfe des Phototheodoliten von den Endpunkten einer bekannten Standlinie aus kann in jedem Azimute ausgeführt werden. Die Ausmessung der Bilder durch das Objectiv der Camera giebt die Azimutal- und die Höhenwinkel der eingeschnittenen Punkte. Die grösste Genauigkeit der Punktbestimmung zugleich mit der einfachsten und kürzesten Berechnungsarbeit liefert die Beobachtung, bezw. Aufnahme mit parallel unter sich und normal zur Basisprojection gestellten optisch-photographischen Axen der beiden Instrumente.

Für Entfernungen der Wolken, welche zwischen dem vierfachen und dem zehnfachen Betrage der Basislänge liegen, können durch eine Aufnahme mit einigen gut identificirten Wolkenpunkten Mittelwerthe der rechtwinkeligen, auf Horizont und Basis bezogenen Coordinaten X, Y und H mit einer Genauigkeit von circa 1 Proc. ihres jeweiligen Betrages erzielt werden.

Bei kleiner Parallaxe ist die Wirkung der verschiedenen Perspective auf die Bilder geringer, daher die genaue Identificirung correspondirender Punkte leichter, bei grösserer Parallaxe hat ein bei ihrer Bestimmung begangener Fehler einen geringeren Einfluss auf die Resultate. Bei einer zu grossen Parallaxe, grösser wie 15^0 bis 20^0, werden die Wolkenbilder meist zu unähnlich zur genauen Fixirung identischer Punkte.

Die Genauigkeit der Endresultate ist wesentlich bedingt durch die Genauigkeit, mit welcher die Parallaxe bestimmt wird. Ein Fehler in ihr wirkt so vielmal stärker, als die Entfernung des Wolkenpunktes die Basislänge übertrifft. Die Parallaxe wird ein Maximum in dem durch die Mitte der Basis senkrecht zu ihr gelegten Verticalkreise und im Zenith. Dieser Verticalkreis ist daher bei den Aufnahmen und Messungen, soweit die Umstände und die Zwecke der Aufnahme es zulassen, unbedingt zu bevorzugen, zumal sich die Berechnung in diesen Fällen einfach und bequem gestaltet.

Aufnahmen und Messungen im Zenith gewähren im Allgemeinen, weil hier die Parallaxe für jede Höhe ein Maximum wird, die grösste Genauigkeit. Aber man beobachtet im Zenith nur die Unterfläche der Wolken, kann somit nicht die verticale Ausdehnung der Wolken, bezw. ihre oberen Punkte bestimmen. Sodann sind schleierartige Wolkengebilde im Zenith oft zu unbestimmt für genauere Messungen. Diese sind besser in tieferen Lagen zu beobachten.

Aufnahmen in der Nähe des Horizontes gewähren die Möglichkeit, in das Gesichtsfeld der Camera fallende Festpunkte für Richtung und Höhe mit den Wolken gleichzeitig abzubilden und so von den instrumentellen Fehlern nahezu unabhängig zu werden. Solche Beobachtungen liefern genaue Bestimmungen der Dicke von Wolkenschichten und Wolkenbänken. Da der Fehler in der Parallaxe durch die mit abgebildeten Festpunkte sehr klein gehalten werden kann, der absolute Fehlerbetrag kleiner Höhen durch den Parallaxenfehler nur in geringem Maasse beeinflusst wird, und Wolken in der Nähe des Horizontes meist sehr gut und scharf begrenzt sind, so kann die Höhe der Wolken hier ihrem absoluten Betrage nach am sichersten bestimmt werden. Solche Messungen gewähren die günstigsten Bedingungen zur sicheren

Bestimmung der Wolkenbewegungen in verticaler Richtung. Zur Bestimmung der Schnelligkeit des Wolkenzuges sind wiederholte Beobachtungen, bezw. Aufnahmen einer und derselben Wolke erforderlich. Solche Messungen werden sehr erschwert durch die rasche Veränderlichkeit der Wolken. Directe Beobachtungen von Wolkendurchgängen durch die Verticalstriche auf der Mattscheibe der Camera können rasch hinter einander gemacht werden, ebenso wiederholte photographische Aufnahmen auf der gleichen Platte ohne Veränderung der Stellung des Instrumentes. Diese letztere Art der Aufnahme, welche nichts weiter erfordert, als ein wiederholtes Oeffnen und Schliessen des Deckels der Camera, kann bei rasch bewegten Einzelwolken gute Dienste leisten. Zwei Aufnahmen auf der gleichen Platte mit Veränderung der Neigung und Umstellen des Schiebers verlangen eine Zwischenzeit von mindestens 20 Secunden. Ein Plattenwechsel beansprucht eine Zeit von einigen Minuten. Nach jedem Plattenwechsel, bezw. Herausnehmen und Neueinsetzen der Camera ist die Stellung des Instrumentes mit Hülfe der Einstellmire zu prüfen und nöthigenfalls zu berichtigen. Hiernach kann unter den vier Beobachtungsmethoden die jeweils passendste gewählt werden.

Die Schnelligkeit des Wolkenzuges wird im Allgemeinen weit sicherer bestimmt bei Wolkenbewegungen parallel zur Basisrichtung, als wie senkrecht zu ihr, weil im letzteren Falle der Fehler in der Parallaxe voll zur Geltung kommt. Mit Annäherung an das Zenith verschwinden diese Unterschiede mehr und mehr. Im Zenith wird die Winkelgeschwindigkeit die schnellste, die Genauigkeit der Geschwindigkeitsmessung unter Umständen daher am grössten.

Für die Wahl der Basis kommt in Betracht ihre Länge, ihre Richtung und ihre Neigung. Eine einzelne Basis wird man rund 1 km lang in der Richtung des Hauptwolkenzuges wählen. Weit besser und zu genauen, mit hinreichender Vollständigkeit durchzuführenden Wolkenmessungen erforderlich sind zwei Grundlinien, eine von circa 700 m und eine zweite von circa 2000 m Länge, welche die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks bilden, dessen Seiten den mit ihrer Hülfe zu bestimmenden Wolkenzügen möglichst parallel laufen. Soweit wie irgend thunlich, wird man alle Beobachtungsstationen in gleicher Höhe anlegen, in Hinsicht auf die Vereinfachung der Berechnungen.

Abgesehen von den Instrumentalfehlern, welche sich durch die von Zeit zu Zeit vorzunehmenden „Controlaufnahmen“ bestimmen, bezw. in ihrem Einflusse beseitigen lassen, kommen die Fehler in den Bildabscissen und in den Bildordinaten für die Genauigkeit der Resultate in Betracht. Die Differenz der Abscissen

giebt bei der angewandten Beobachtungsmethode unmittelbar die Parallaxe p mit dem mittleren Fehler $\pm m_p$. Diesen in möglichst engen Grenzen zu halten, ist in erster Linie anzustreben. Mittelwerthe von m_p können in zweifacher Weise bestimmt werden, einmal durch mehrfache Höhenmessung von Punkten in der Nähe des Zeniths, welche der horizontalen unteren Begrenzung einer Wolkenschicht angehören, sodann auch durch Geschwindigkeitsmessungen bei Wolkenbewegungen senkrecht zur Basisrichtung. Beide Bestimmungen müssen nahe gleiche Werthe von m_p liefern. Die Ordinatendifferenz Δz, welche sich bei jeder Aufnahme leicht bestimmen lässt, ergab sich bei unseren Messungen gleich m_p. Der beiderseitige Betrag war im Mittel $\pm$ 0,2 mm bei einer Brennweite von 152 mm.

Die Auswerthung photogrammetrischer Aufnahmen durch die Berechnung, bei welcher die erreichte Genauigkeit der Beobachtung gewahrt werden muss, ist viel zeitraubender, als die Aufnahme selbst. Es ist daher wichtig, diese thunlichst sachgemäss einzurichten und zielbewusst zu beschränken.

Die genauesten und werthvollsten Resultate werden sich erreichen lassen, wenn der meteorologische Leiter mit dem meteorologischen zugleich auch den instrumentellen Theil der Aufgabe vollständig genug beherrscht, um beurtheilen zu können, nicht nur, was aufgenommen werden soll, sondern zugleich, ob und mit welcher Genauigkeit dies ausführbar ist, bezw. auf welchem Wege in jedem einzelnen Falle vorgegangen werden muss, wenn die besten Resultate erzielt werden sollen.

Diese Aufgabe kann wesentlich erleichtert werden, wenn für die photogrammetrisch ausgerüsteten Stationen eine Instruction ausgearbeitet wird, welche ihnen gestattet, nach Vornahme der vorbereitenden und orientirenden Messungen einheitlich weiter vorzugehen unter Zugrundelegung eines bestimmten Planes. Nach genauer Präcisirung der anzustrebenden Ziele werden sich diese weit sicherer und leichter erreichen lassen, als ohne eine solche, zumal sonst die Gefahr nahe liegt, trotz eines massenhaft angehäuften Beobachtungsmaterials Resultate zu erhalten, deren Werth zur aufgewendeten Arbeit in keinem richtigen Verhältnisse steht.

Fig. 6a.

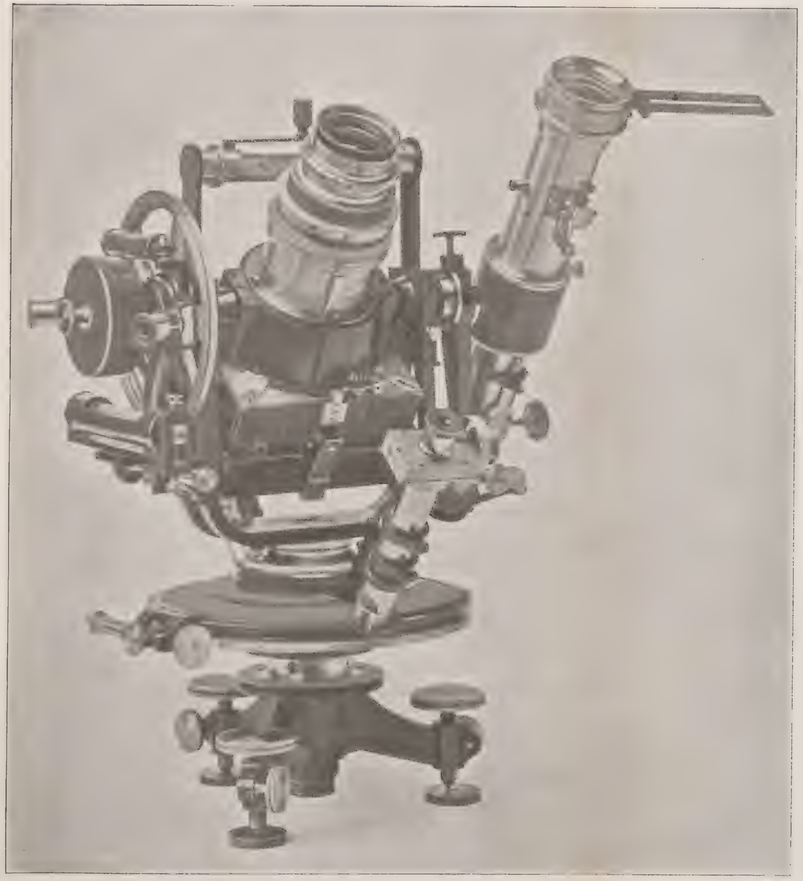


Fig. 6b.

Fig. 6c.

Fig. 6d.

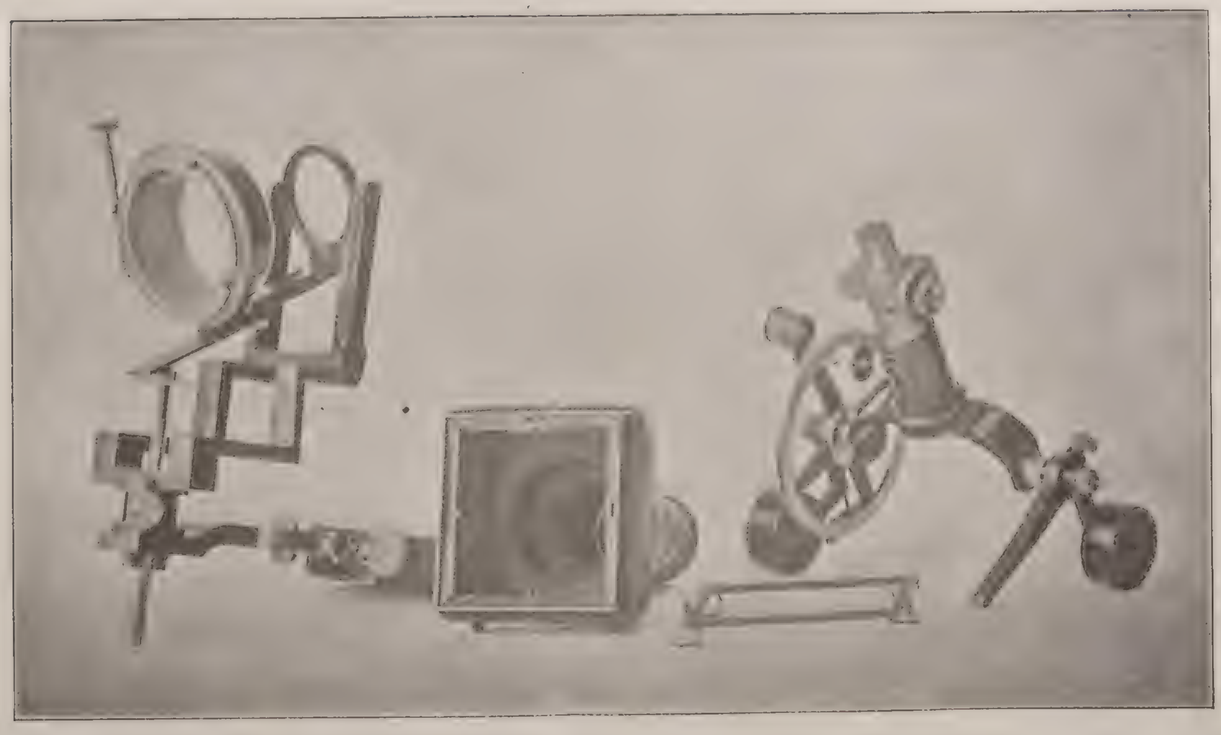


Fig. 60.

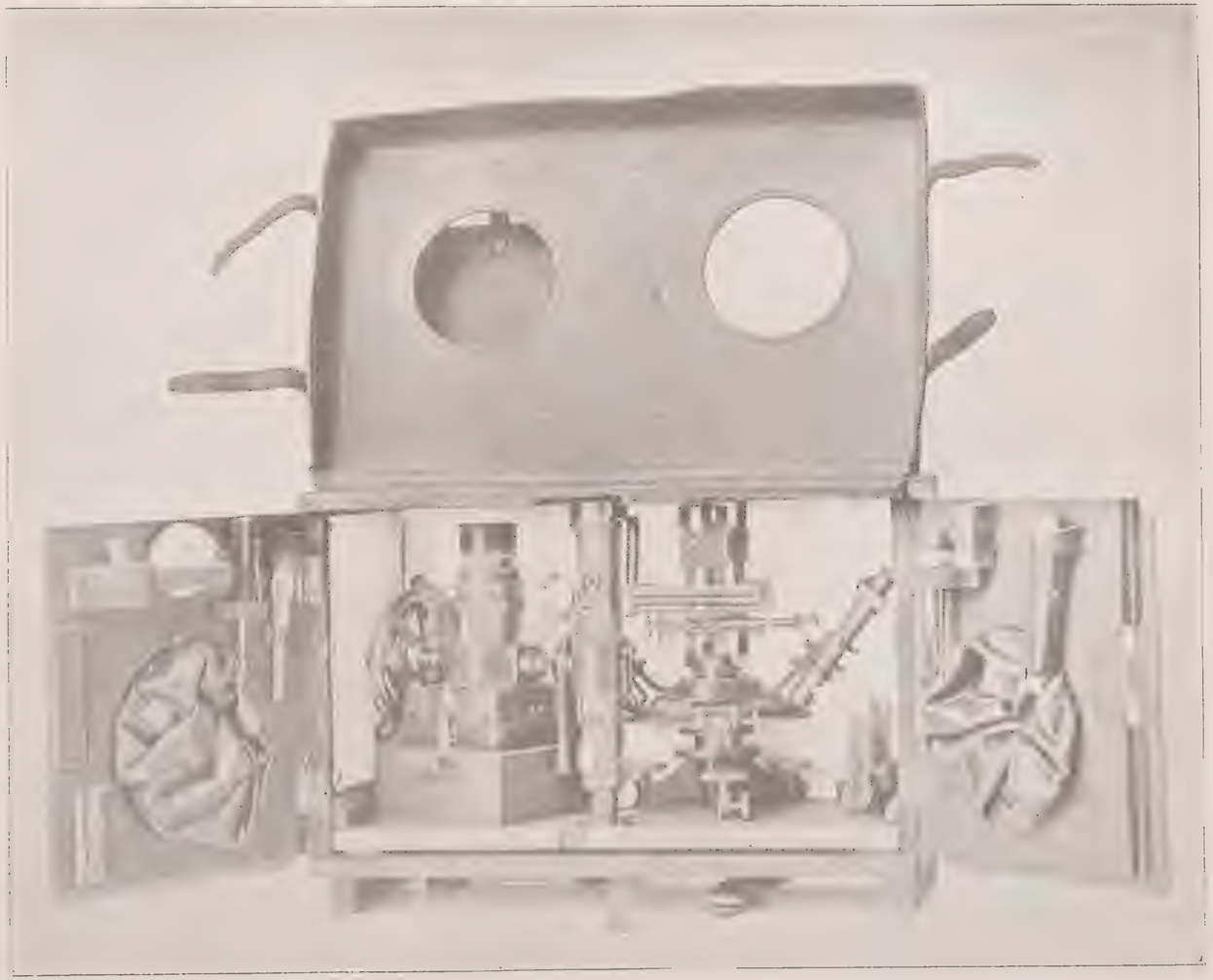


Fig. 7a.

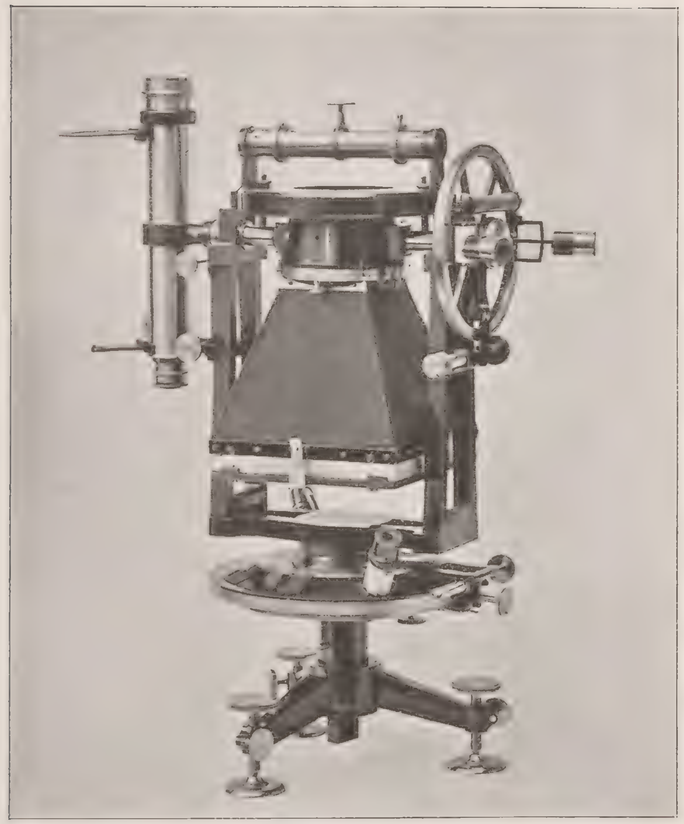


Fig. 7b.

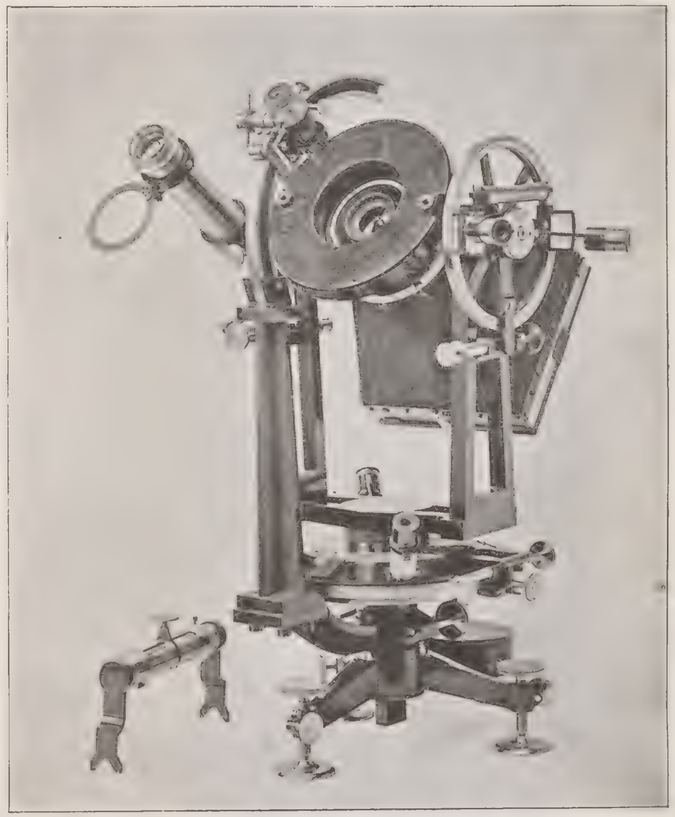


Fig. 8.

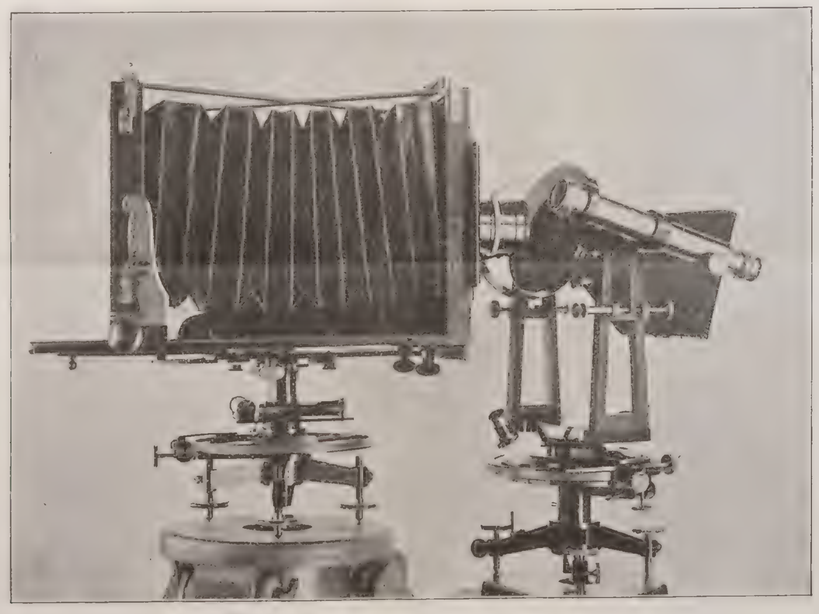
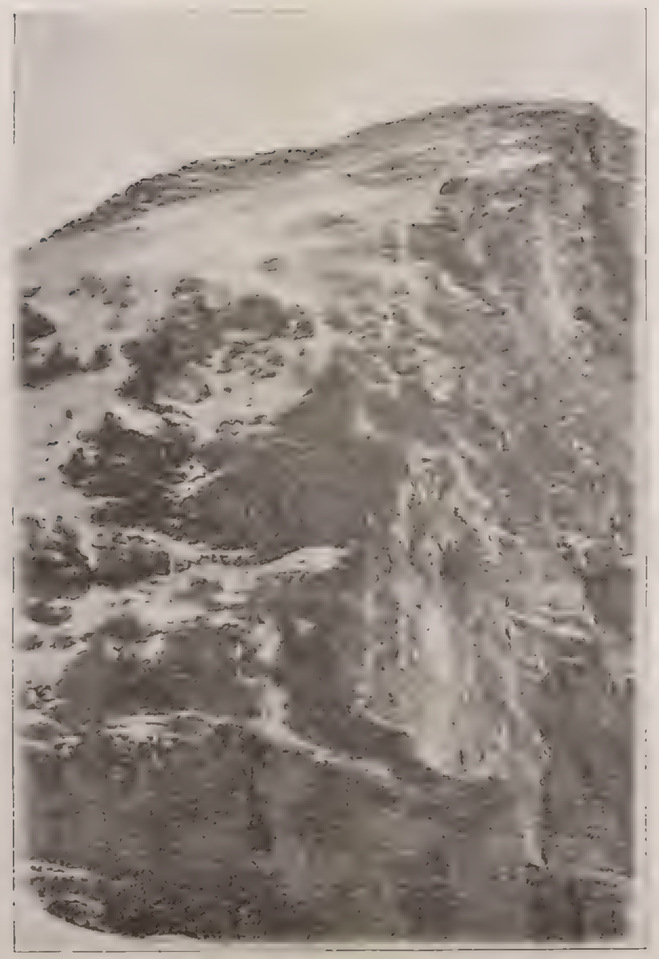
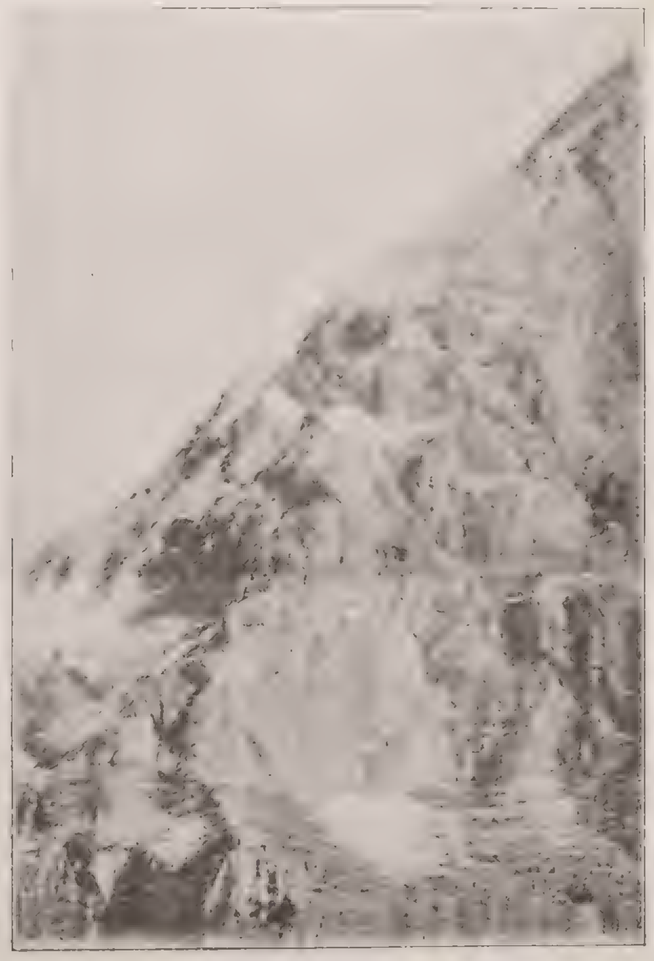


Fig. 10.

Fig. 11.





Verlag von Friedrich Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Tafeln
über die Spannkraft des Wasserdampfes
zwischen 76 und 101,5 Grad.
Auf Grund der Ergebnisse neuer Versuche berechnet
und herausgegeben von
H. F. Wiebe,
Mitgliede der physikalisch-technischen Reichsanstalt.
gr. 8. geh. Preis 2 *M.*

Physikalisches Praktikum
mit besonderer Berücksichtigung der physikalisch-chemischen Methoden von
Eilhard Wiedemann und **Hermann Ebert.**
Zweite verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 280 Holzstichen.
gr. 8. geh. Preis 9 *M.*, in Leinen geb. 10 *M.*

Anleitung zur Durchmusterung des Himmels.
Astronomische Objecte für gewöhnliche Teleskope. Ein Hand- und Hülfsbuch für alle Freunde der Himmelskunde, besonders für die Besitzer von Fernrohren.
Von **Dr. Hermann J. Klein.**
Zweite verbesserte Auflage. Mit 75 Holzstichen, 5 Tafeln, zum Theil in Farbendruck, 4 Sternkarten und 1 Titelbilde. 8. geh. Preis 24 *M.*

Praktische Anleitung
zur
Anstellung astronomischer Beobachtungen
mit besonderer Rücksicht auf die Astrophysik.
Nebst einer modernen Instrumentenkunde von
Nicolaus von Konkoly,
Dr. phil. Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Budapest, der Royal Astronomical Society in London etc.
Mit 345 Holzstichen. gr. 8. geh. Preis 24 *M.*

Sammlung von Formeln
der reinen und angewandten
Mathematik
von **Dr. W. Láska.**
Mit drei Tafeln. gr. 8. Preis geh. 26 *M.*, in Halbfranz geb. 28 *M.*

Verlag von Friedrich Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Handbuch
der
allgemeinen Himmelsbeschreibung
vom Standpunkte der kosmischen Weltanschauung dargestellt von
Hermann J. Klein.

In zwei Theilen. gr. 8. geh.

Erster Theil: **Das Sonnensystem**, nach dem gegenwärtigen Zustande der Wissenschaft. Mit drei Tafeln Abbildungen. Zweite verbesserte Auflage. Preis 6 ℳ.

Zweiter Theil: **Der Fixsternhimmel**, nach dem gegenwärtigen Zustande der Wissenschaft. Mit Holzstichen und einer farbigen Spectraltafel. Preis 7 ℳ.

Die Beobachtung der Sterne sonst und jetzt.
Von **J. Norman Lockyer,**
Mitglied der Royal Society, corr. Mitglied des Instituts von Frankreich.
Autorisirte deutsche Ausgabe. Uebersetzt von
G. Siebert.

Mit 217 Holzstichen. 8. geh. Preis 18 ℳ.

Lehrbuch der Algebra.
Von **Heinrich Weber,**
Professor der Mathematik an der Universität Göttingen.

In zwei Bänden.

Erster Band. Mit 28 eingedruckten Abbildungen. gr. 8. geh. Preis 16 ℳ.

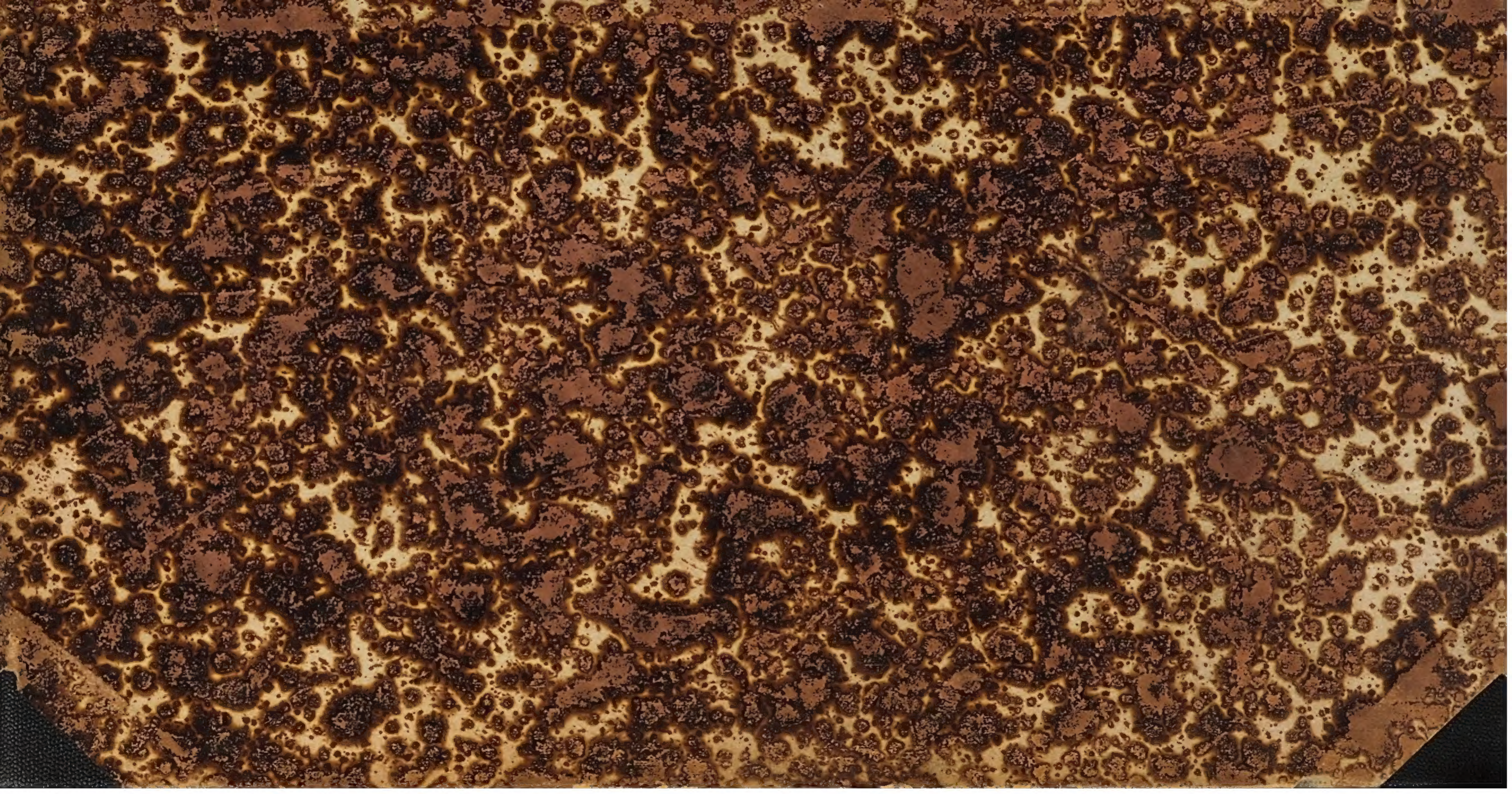
Ueber die Genesis
wissenschaftlicher
Entdeckungen und Erfindungen.
Ein Vortrag, gehalten im Verein akademisch gebildeter Lehrer zu Frankfurt a. M.
von **Dr. Ferd. Rosenberger.**

gr. 8. geh. Preis 80 ₰

Elektrodynamik
mit Berücksichtigung der Thermoelektricität, der Elektrolyse und der Thermochemie von
Dr. Heinrich Weber,
Professor an der Herzoglichen Technischen Hochschule zu Braunschweig.

Mit Holzstichen. gr. 8. geh. Preis 6 ℳ.

Vogl



BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Koppe, Carl

Photogrammetrie und internationale Wolkenmessung

Braunschweig 1896
Phys.sp. 350 od
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11822299-8